

Brevet blanc n°3

Session mai 2019

MATHEMATIQUES

Série générale

Durée de l'épreuve : 2 h 00

100 pts

Dès que le sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.
Le sujet comporte **8** pages numérotées de **page 1 sur 8** à **page 8 sur 8**.

L'usage de tout modèle de calculatrice, avec ou sans mode examen, est autorisé.

Le sujet est constitué de sept exercices indépendants.

Le candidat peut les traiter dans l'ordre qui lui convient.

Exercice n°1	20 points
Exercice n°2	11 points
Exercice n°3	13 points
Exercice n°4	17 points
Exercice n°5	15 points
Exercice n°6	12 points
Exercice n°7	12 points

L'évaluation prend en compte la clarté et la précision des raisonnements ainsi que, plus largement, la qualité de la rédaction. Elle prend en compte les essais et les démarches engagées, même non aboutis.

Partie 1

On s'intéresse à une course réalisée au début de l'année 2018. Il y a 80 participants, dont 32 femmes et 48 hommes.

Les femmes portent des dossards rouges numérotés de 1 à 32. Les hommes portent des dossards verts numérotés de 1 à 48.

Il existe donc un dossard n° 1 rouge pour une femme, et un dossard n° 1 vert pour un homme, et ainsi de suite ...

1. Quel est le pourcentage de femmes participant à la course ?

2. Un animateur tire au hasard le dossard d'un participant pour remettre un prix de consolation.
 - a. Soit l'évènement V : « Le dossard est vert ». Quelle est la probabilité de l'évènement V ?

 - b. Soit l'évènement M : « Le numéro du dossard est un multiple de 10 ». Quelle est la probabilité de l'évènement M ?

 - c. L'animateur annonce que le numéro du dossard est un multiple de 10. Quelle est alors la probabilité qu'il appartienne à une femme ?

Partie 2

À l'issue de la course, le classement est affiché ci-contre.

On s'intéresse aux années de naissance des 20 premiers coureurs.

1. On a rangé les années de naissance des coureurs dans l'ordre croissant :

1959 1959 1960 1966 1969
 1970 1972 1972 1974 1979
 1981 1983 1986 1988 1989
 1993 1997 1998 2002 2003

Donner la médiane de la série.

2. La moyenne de la série a été calculée dans la cellule B23.
 Quelle formule a été saisie dans la cellule B23 ?

3. Astrid remarque que la moyenne et la médiane de cette série sont égales.
 Est-ce le cas pour n'importe quelle autre série statistique ?
 Expliquer votre réponse.

	A	B
1	Classement	Année de naissance
2	1	1983
3	2	1972
4	3	1966
5	4	2003
6	5	1986
7	6	1972
8	7	1979
9	8	1997
10	9	1959
11	10	1981
12	11	1970
13	12	1989
14	13	1988
15	14	1959
16	15	1993
17	16	1974
18	17	1960
19	18	1998
20	19	1969
21	20	2002
22		
23	moyenne	1980

Exercice 2*11 points*

1. Le nombre 588 peut se décomposer sous la forme $588 = 2^2 \times 3 \times 7^2$.
Quels sont ses diviseurs premiers, c'est-à-dire les nombres qui sont à la fois des nombres premiers et des diviseurs de 588 ?
2. **a.** Déterminer la décomposition en facteurs premiers de 27 000 000.
b. Quels sont ses diviseurs premiers ?
3. Déterminer le plus petit nombre entier positif impair qui admet trois diviseurs premiers différents.
Expliquer votre raisonnement.

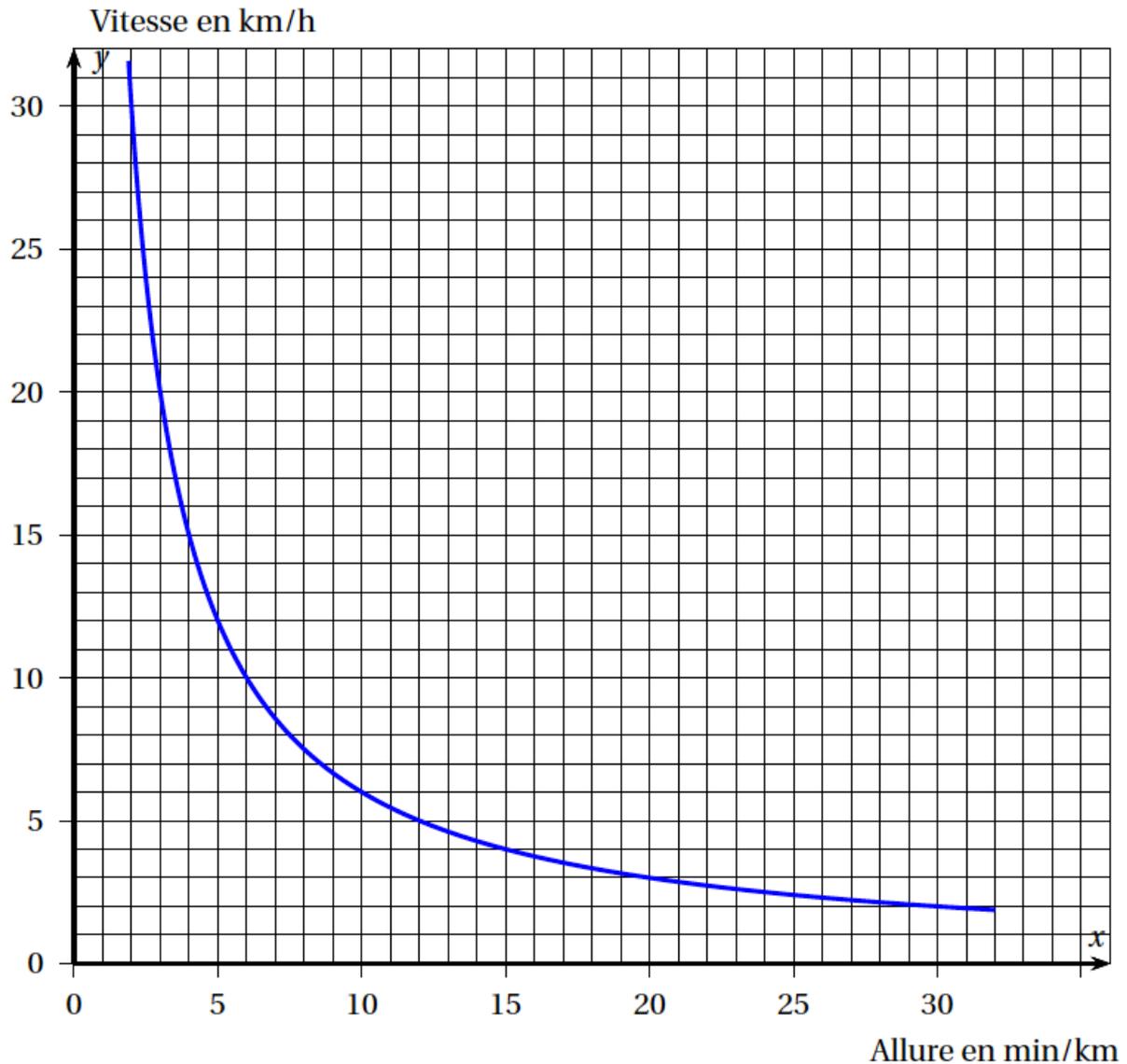
Exercice 3*13 points*

Après un de ses entraînements de course à pied, Bob reçoit de la part de son entraîneur le récapitulatif de sa course, reproduit ci-contre. L'allure moyenne du coureur est le quotient de la durée de la course par la distance parcourue et s'exprime en min/km.

Entraînement course à pied		
10,5 km	1 h 03 min	6 min/km
Distance	Durée	Allure moyenne
851	35 m	
Calories	Gain altitude	

Exemple : si Bob met 18 min pour parcourir 3 km, son allure est de 6 min/km.

1. Bob s'étonne de ne pas voir apparaître sa vitesse moyenne. Calculer cette vitesse moyenne en km/h.
2. Soit f la fonction définie pour tout $x > 0$ par $f(x) = \frac{60}{x}$, où x est l'allure en min/km et $f(x)$ est la vitesse en km/h.
Cette fonction permet donc de connaître la vitesse (en km/h) en fonction de l'allure (en min/km).
 - a. La fonction f est-elle une fonction linéaire ? Justifier.
 - b. Lors de sa dernière course, l'allure moyenne de Bob était de 5 min/km.
Calculer l'image de 5 par f . Que représente le résultat obtenu ?
3. Répondre aux questions suivantes en utilisant la représentation graphique de la fonction f ci-dessous :
 - a. Donner un antécédent de 10 par la fonction f .
 - b. Un piéton se déplace à environ 14 min/km. Donner une valeur approchée de sa vitesse en km/h.



Exercice 4

17 points

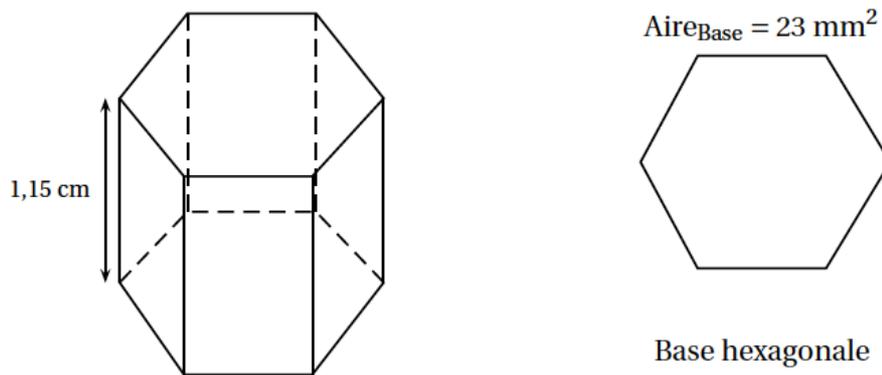
Les abeilles ouvrières font des allers-retours entre les fleurs et la ruche pour transporter le nectar et le pollen des fleurs qu'elles stockent dans la ruche.

1. Une abeille a une masse moyenne de 100 mg et rapporte en moyenne 80 mg de charge (nectar, pollen) à chaque voyage.

Un homme a une masse de 75 kg. S'il se chargeait proportionnellement à sa masse, comme une abeille, quelle masse cet homme transporterait-il ?

2. Quand elles rentrent à la ruche, les abeilles déposent le nectar récolté dans des alvéoles. On considère que ces alvéoles ont la forme d'un prisme de 1,15 cm de hauteur et dont la base est un hexagone d'aire environ 23 mm^2 , voir la figure ci-dessous.

a. Vérifier que le volume d'une alvéole de ruche est égal à $264,5 \text{ mm}^3$.

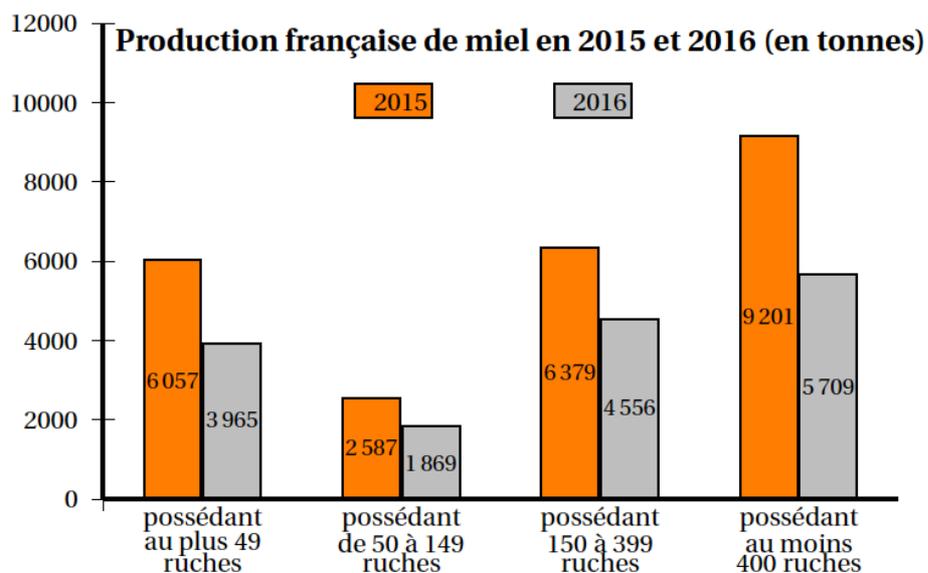


Le volume d'un prisme est donné par la formule : $V_{prisme} = Aire_{Base} \times Hauteur$

b. L'abeille stocke le nectar dans son jabot. Le jabot est une petite poche sous l'abdomen d'un volume de 6×10^{-5} litre. Combien de sorties au minimum l'abeille doit-elle faire pour remplir une alvéole ?

(Rappel : $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ litre}$)

3. Le graphique ci-dessous présente la production française de miel en 2015 et 2016.



Source : Observatoire de la production de miel et gelée royale FranceAgriMer 2017

a. Calculer la quantité totale de miel (en tonnes) récoltée en 2016.

b. Sachant que la quantité totale de miel récoltée en 2015 est de 24 224 tonnes, calculer le pourcentage de baisse de la récolte de miel entre 2015 et 2016.

Exercice 5

15 points

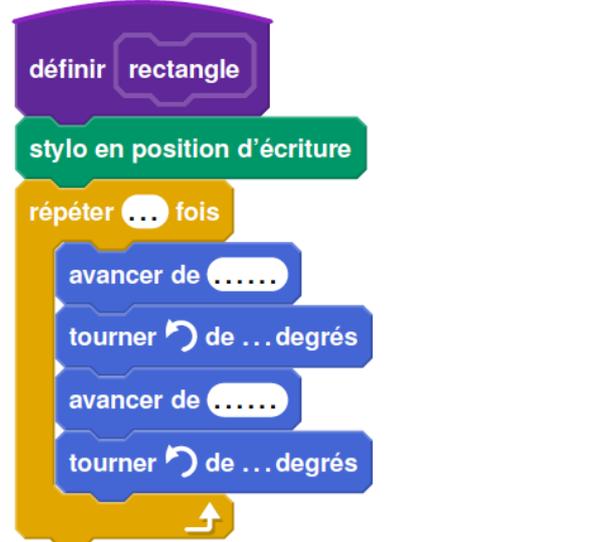
Sam a écrit le programme ci-dessous qui permet de tracer un rectangle comme ci-contre.

Ce programme comporte deux variables (Longueur) et (Largeur) qui représentent les dimensions du rectangle.

On rappelle que l'instruction  signifie que l'on s'oriente vers la droite.



Départ

Script	bloc rectangle
	

1. Compléter le bloc rectangle ci-dessus avec des nombres et des variables pour que le script fonctionne.

On recopiera et on complétera uniquement la boucle répéter sur sa copie.

2. Lorsque l'on exécute le programme, quelles sont les coordonnées du point d'arrivée et dans quelle direction est-on orienté ?

3. Sam a modifié son script pour tracer également l'image du rectangle par l'homothétie de centre le point de coordonnées $(0;0)$ et de rapport 1,3.

a. Compléter le nouveau script de Sam donné ci-contre afin d'obtenir la figure ci-dessous. On recopiera et on complètera sur sa copie les lignes 9 et 10 ainsi que l'instruction manquante en ligne 11.



Départ

```

1 Quand [drapeau] est cliqué
2 effacer tout
3 mettre Longueur à 50
4 mettre Largeur à 30
5 aller à x: 0 y: 0
6 s'orienter à 90
7 rectangle
8 attendre 3 secondes
9 mettre Longueur à Longueur x ...
10 mettre Largeur à ... x ...
11

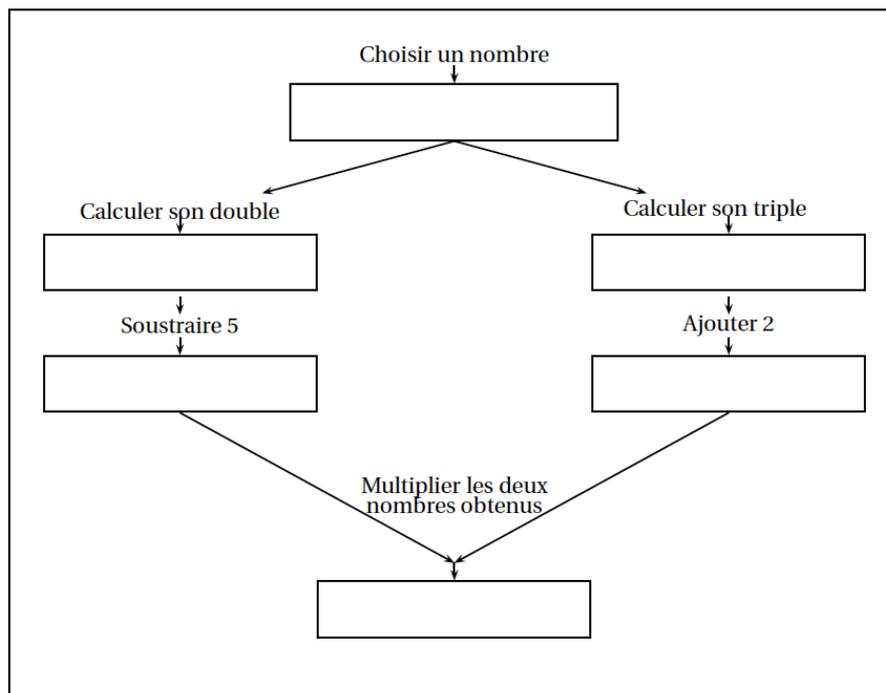
```

b. Sam exécute son script. Quelles sont les nouvelles valeurs des variables Longueur et Largeur à la fin de l'exécution du script ?

Exercice 6

12 points

La figure ci-dessous donne un schéma d'un programme de calcul.



1. Si le nombre de départ est 1, montrer que le résultat obtenu est -15 .

2. Si on choisit un nombre quelconque x comme nombre de départ, parmi les expressions suivantes, quelle est celle qui donne le résultat obtenu par le programme de calcul ? Justifier.

$$A = (x^2 - 5) \times (3x + 2) \quad B = (2x - 5) \times (3x + 2) \quad C = 2x - 5 \times 3x + 2$$

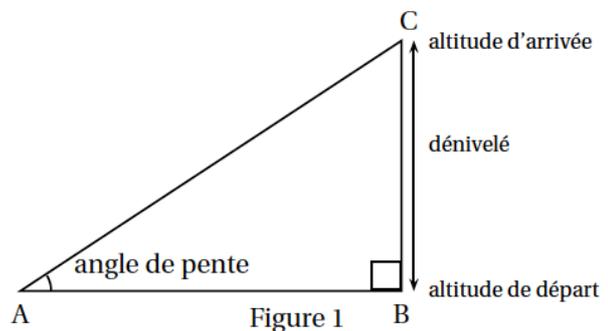
3. Lily prétend que l'expression $D = (3x + 2)^2 - (x + 7)(3x + 2)$ donne les mêmes résultats que l'expression B pour toutes les valeurs de x .
L'affirmation de Lily est-elle vraie ? Justifier.

Exercice 7

12 points

Pour la course à pied en montagne, certains sportifs mesurent leur performance par la vitesse ascensionnelle, notée V_a .

V_a est le quotient du dénivelé de la course, exprimé en mètres, par la durée, exprimée en heure.

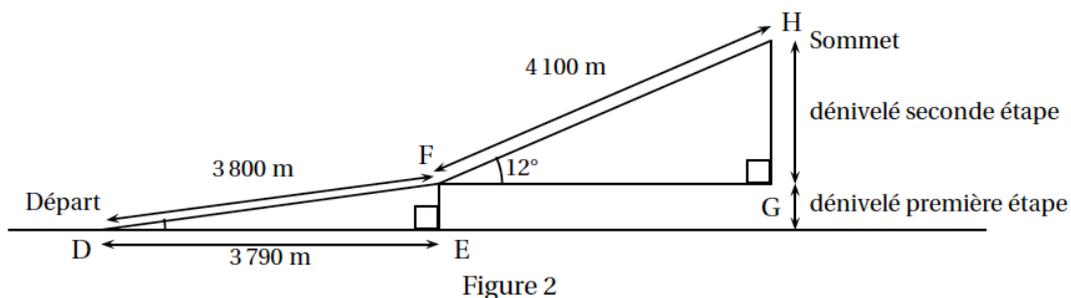


Par exemple : pour un dénivelé de 4 500 m et une durée de parcours de 3 h : $V_a = 1500$ m/h.

Rappel : le dénivelé de la course est la différence entre l'altitude à l'arrivée et l'altitude au départ.

Un coureur de haut niveau souhaite atteindre une vitesse ascensionnelle d'au moins 1400 m/h lors de sa prochaine course.

La figure ci-dessous n'est pas représentée en vraie grandeur.



Le parcours se décompose en deux étapes (voir figure 2) :

- Première étape de 3 800 m pour un déplacement horizontal de 3 790 m.
- Seconde étape de 4,1 km avec un angle de pente d'environ 12° .

1. Vérifier que le dénivelé de la première étape est environ 275,5 m.

2. Quel est le dénivelé de la seconde étape ?

3. Depuis le départ, le coureur met 48 minutes pour arriver au sommet.

Le coureur atteint-il son objectif ?