

01 : Second degré – Forme canonique et lecture graphique

I. Déterminer une forme canonique

Exercice 1

Déterminer la forme canonique des trinômes suivants en utilisant la formule.

1. $f(x) = x^2 - 10x + 7$

2. $g(x) = 2x^2 + 12x - 5$

3. $h(x) = -3x^2 + 18x + 2$

4. $k(x) = \frac{1}{2}x^2 - 4x + 9$

Exercice 2

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer la forme canonique, puis donner les coordonnées du sommet.

1. $f(x) = 4x^2 - 16x + 11$

2. $g(x) = -2x^2 - 8x + 1$

3. $h(x) = 5x^2 + 10x - 3$

Exercice 3

Déterminer la forme canonique des fonctions suivantes en forçant la factorisation.

1. $f(x) = x^2 + 8x + 13$

2. $g(x) = x^2 - 12x + 20$

3. $h(x) = -x^2 + 6x - 4$

4. $k(x) = 2x^2 - 4x - 7$

Exercice 4

Deux méthodes sont possibles pour écrire $f(x) = 3x^2 - 12x + 1$ sous forme canonique.

1. Utiliser la formule $\alpha = -\frac{b}{2a}$.

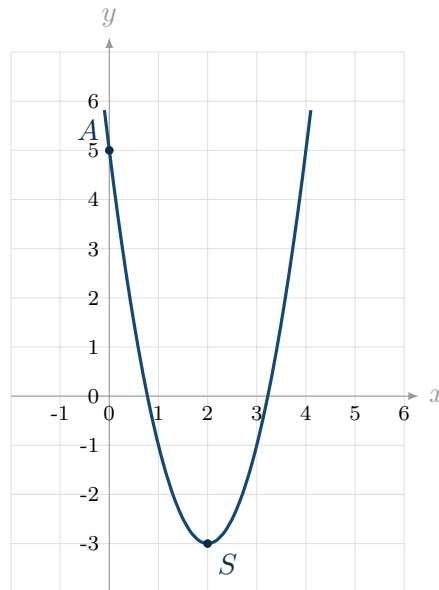
2. Forcer la factorisation.

3. Comparer les deux résultats obtenus.

II. Lecture graphique et forme canonique

Exercice 5

La parabole C_f représentée ci-dessous a pour sommet $S(2; -3)$ et passe par le point $A(0; 5)$.



1. Lire les coordonnées du sommet.
2. L'axe de symétrie est-il vertical ? Donner son équation.
3. Justifier que la fonction est de la forme $f(x) = a(x - 2)^2 - 3$.
4. Déterminer la valeur de a .
5. Donner l'expression de $f(x)$.

Exercice 6

On considère une parabole de sommet $S(-1; 4)$, tournée vers le bas, qui passe par le point $B(1; 0)$.

1. Écrire l'expression de la fonction sous la forme $f(x) = a(x + 1)^2 + 4$.
2. Déterminer a .
3. Donner la forme canonique de f .
4. Calculer $f(0)$.

Exercice 7

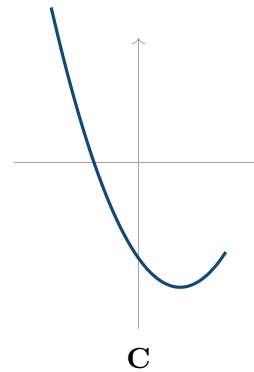
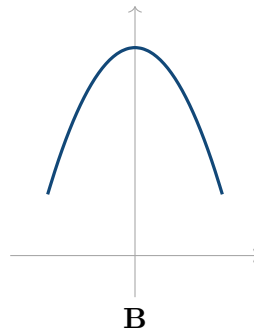
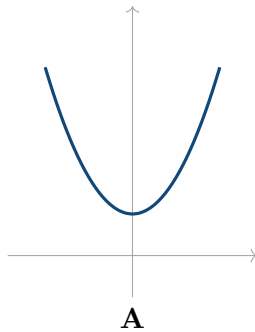
Une fonction polynôme du second degré possède un axe de symétrie d'équation $x = 3$, un maximum égal à 7, et vérifie $f(1) = 3$.

1. Écrire la forme canonique de f avec un coefficient a encore inconnu.
2. Déterminer a .
3. Donner l'expression de f .
4. La courbe coupe-t-elle l'axe des abscisses ? Justifier.

Exercice 8

On donne trois représentations graphiques possibles d'une fonction polynôme du second degré. Pour chacune, indiquer :

- le signe de a ;
- si la fonction possède un minimum ou un maximum ;
- les coordonnées approximatives du sommet ;
- une forme canonique possible.

**III. Forme canonique et variations****Exercice 9**

Pour chacune des fonctions suivantes :

- déterminer la forme canonique ;
- donner le sommet ;
- préciser si elle admet un minimum ou un maximum ;
- dresser son tableau de variations.

1. $f(x) = x^2 - 6x + 4$

2. $g(x) = -2x^2 + 4x + 3$

3. $h(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 1$

Exercice 10

On considère la fonction $f(x) = -3(x - 4)^2 + 8$.

1. Sans développer, donner les coordonnées du sommet.
2. La fonction possède-t-elle un minimum ou un maximum ?
3. Donner la valeur extrême et le nombre où elle est atteinte.
4. Dresser le tableau de variations de f .
5. Résoudre l'inéquation $f(x) \geq 5$.

Exercice 11

On considère la fonction $g(x) = 2(x + 3)^2 - 5$.

1. Décrire les variations de g sur $\mathbb{R}$.
2. Déterminer le minimum de g .
3. Résoudre $g(x) = 13$.
4. Résoudre $g(x) \leq 3$.

Exercice 12

On considère le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	-4	$+\infty$

On sait de plus que $f(0) = 0$.

1. La parabole est-elle tournée vers le haut ou vers le bas ?
2. Donner les coordonnées de son sommet.
3. Écrire f sous forme canonique.
4. Déterminer la valeur du coefficient a .
5. Donner l'expression développée de f .

Exercice 13

Créer une fonction polynôme du second degré qui vérifie simultanément les conditions suivantes :

$$\text{sommet } S(1; -2), \quad f(3) = 6.$$

1. Déterminer sa forme canonique.
2. Dresser son tableau de variations.
3. Calculer $f(-1)$ et $f(0)$.

IV. Défis de synthèse

Exercice 14

La fonction f est définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$.

Sa parabole possède un sommet $S(2; 5)$ et passe par le point $A(0; 1)$.

1. Déterminer la forme canonique de f .
2. Déterminer les valeurs de a , b et c .
3. Donner les variations de f .
4. Déterminer les éventuelles racines de f .

Exercice 15

Sans développer les expressions, comparer les fonctions suivantes :

$$f(x) = 2(x - 3)^2 - 1 \quad \text{et} \quad g(x) = 2(x + 1)^2 - 1.$$

1. Donner les sommets des deux paraboles.
2. Comparer $f(3)$ et $g(3)$.
3. Comparer $f(-1)$ et $g(-1)$.
4. Résoudre $f(x) = g(x)$.

Exercice 16

On souhaite que la fonction $f(x) = x^2 + px + q$ admette un minimum égal à -9 , atteint pour $x = 4$.

1. Déterminer p et q .
2. Donner la forme canonique de f .
3. Résoudre l'équation $f(x) = 0$.
4. Construire un tableau de variations complet.