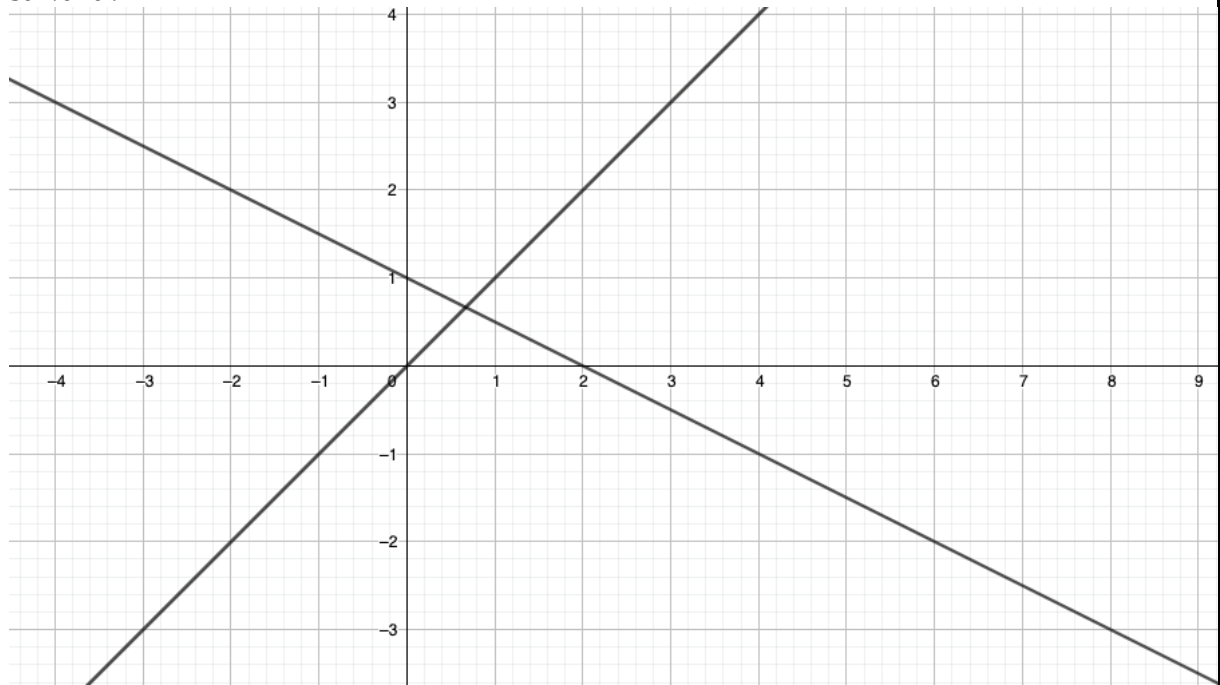


03 : Suites numériques : Généralités

Exercice 1

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 8$ et $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 1$.

1. Calculer les cinq premiers termes de la suite.
2. Représenter graphiquement les cinq premiers termes de la suite (u_n) sur le graphique suivant :



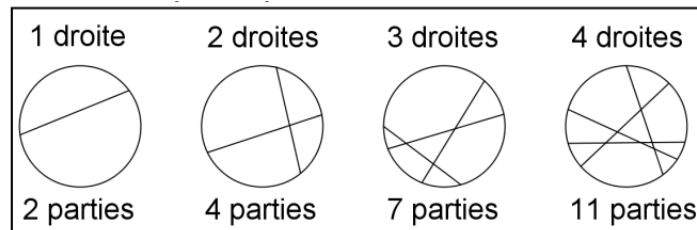
Exercice 2

Soit (w_n) et (S_n) les suites définies sur $\mathbb{N}$ par : $w_n = -n^2 + 2n$ et $S_n = w_{n+1} - w_n$.

1. Exprimer w_{n+1} en fonction de n .
2. En déduire l'expression de S_n en fonction de n .
3. Exprimer S_{n+1} en fonction de n .
4. En déduire que $S_{n+1} - S_n = -2$. Que peut-on dire de la monotonie de la suite (S_n) ?

Exercice 3

« Un cercle étant donné, tracer dix lignes droites dont les extrémités touchent au cercle. Vous devez obtenir le plus grand nombre de parties. Combien de parties pouvez-vous obtenir ? ». Voici ce qui se passe quand on trace les quatre premières droites :



On pose u_n le nombre de parties obtenues avec n droites.

1. Que vaut u_4 ?
2. Exprimer u_n en fonction de u_{n-1} .
3. Répondre au problème posé.
4. Compléter l'algorithme :

```

56  def suite(n):
57      u=...
58      for i in range(2,n):
59          u=.....
60          print(u)

```

Exercice 4

Soit (u_n) la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_0 = 0$, $u_1 = 3$ et $u_{n+2} = u_{n+1} - u_n$.

1. Calculer les dix premiers termes de la suite (Utiliser un algorithme). Que remarque-t-on ?
2. Exprimer u_{n+3} en fonction de u_n . En déduire u_{n+6} en fonction de u_n .
3. En déduire u_{100} et u_{2012} .

Exercice 5

On modélise la population d'un village de la façon suivante.

- Au début de l'étude, le village compte 900 habitants.
- Chaque année, 20% de la population de l'année précédente part et en même temps, 200 nouvelles personnes viennent s'installer.

On modélise la population du village à l'aide d'une suite (u_n) .

On prend $u_0 = 900$.

u_n désigne la population du village n années après le début de l'étude.

1. Calculer u_1 et u_2 .

2. Quelle est la relation qui existe entre u_{n+1} et u_n pour tout n de $\mathbb{N}$?
3. a. Quel semble être le comportement de la population de ce village ?
b. On suppose que pour tout entier naturel n , $u_n < 1000$. Démontrer alors cette conjecture.
4. Reprendre l'étude précédente lorsque la population initiale est de 10 000 personnes.

Exercice 6

Soit la suite définie pour tout entier naturel n par
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n} \end{cases}.$$

1. Calculer sous forme fractionnaire les valeurs de u_1 , u_2 et u_3 .
2. On admet maintenant que, pour tout entier n : $u_n = \frac{n}{n+1}$.
 - a. Vérifier que pour tout entier n , on a bien : $u_{n+1} = \frac{1}{2 - u_n}$?
 - b. Démontrer alors que la suite (u_n) est décroissante.
 - c. La suite (u_n) semble-t-elle converger ? Si oui, vers quelle limite ?
 - d. Trouver le plus petit rang n pour lequel on a : $u_n \geq 0,995$.