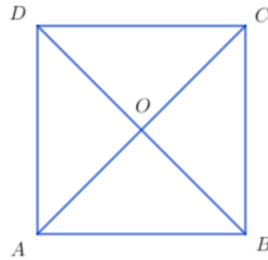


07 : Produit scalaire

Exercice 1

On considère le carré $ABCD$ de centre O et de côté 6.

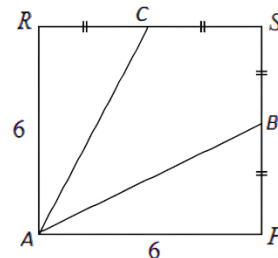
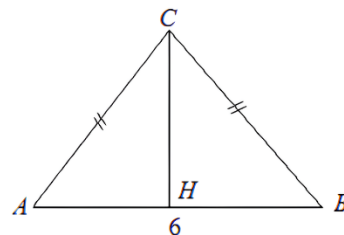
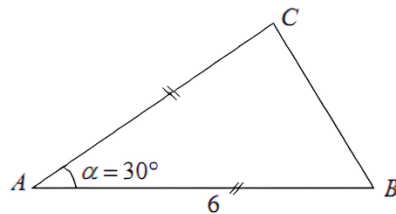
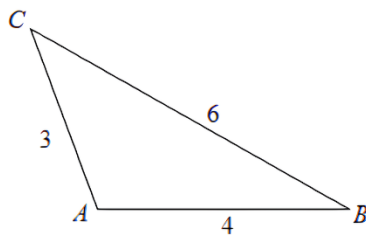


Calculer les produits scalaires suivants :

- a. $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AO}$ b. $\overrightarrow{OB} \cdot \overrightarrow{OD}$ c. $\overrightarrow{BO} \cdot \overrightarrow{BC}$ d. $\overrightarrow{AO} \cdot \overrightarrow{OC}$ e. $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{OD}$

Exercice 2

Dans chacun des cas suivants, calculer $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.



Exercice 3

Dans chacun des cas suivants, calculer le produit scalaire de $\vec{u}$ par $\vec{v}$:

- $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 4$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{\pi}{3}$.
- $\|\vec{u}\| = 8$, $\|\vec{v}\| = \sqrt{2}$ et $(\vec{u}, \vec{v}) = \frac{3\pi}{4}$.
- $\|\vec{u}\| = \|\vec{v}\| = \sqrt{3}$, et $(\vec{u}, \vec{v}) = 30^\circ$.

Exercice 4

Déterminer une valeur arrondie au degré près de l'angle $(\vec{u}, \vec{v})$ dans chacun des cas suivants :

- $\|\vec{u}\| = 7$, $\|\vec{v}\| = 2$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = 5$
- $\|\vec{u}\| = 3$, $\|\vec{v}\| = 9$ et $\vec{u} \cdot \vec{v} = -17$

Exercice 5

Dans un repère orthonormé du plan, on considère les points $A(1;2)$, $B(-2;3)$ et $C(-1;1)$

1. a. Calculer les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.
- b. En déduire la valeur du produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. a. Calculer les distances AB et AC .
- b. En déduire une valeur de l'angle $\widehat{ABC}$ arrondie au degré près.

Exercice 6

Dans un repère orthonormé du plan, on donne $A(3;-2)$, $B(1;4)$, $C(2;0)$ et $D(5;1)$.

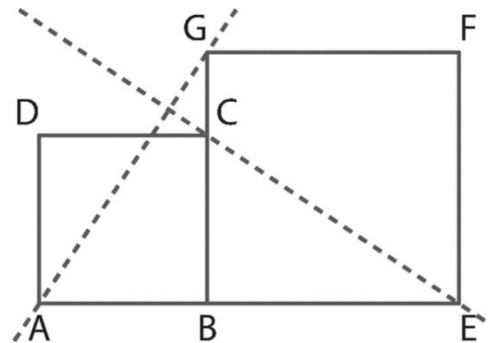
Montrer que (AB) et (CD) sont perpendiculaires.

Exercice 7

Déterminer la ou les valeur(s) de a pour que $\vec{u}(a;-2)$ et $\vec{v}(x+1;3)$ soient orthogonaux.

Exercice 8

On considère deux carrés $ABCD$ et $BEFG$ disposés comme sur la figure ci-contre tel que $AB=1$ et $BE=a$.



Partie A : avec coordonnées

1. Dans le repère $(A;B,D)$, donner les coordonnées de tous les points de la figure.
2. Démontrer que les droites (AG) et (CE) sont perpendiculaires.

Partie B : sans coordonnées

1. Développer le produit scalaire $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG}) \cdot (\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BE})$.
2. En déduire que $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CE} = 0$ et conclure.

Exercice 9

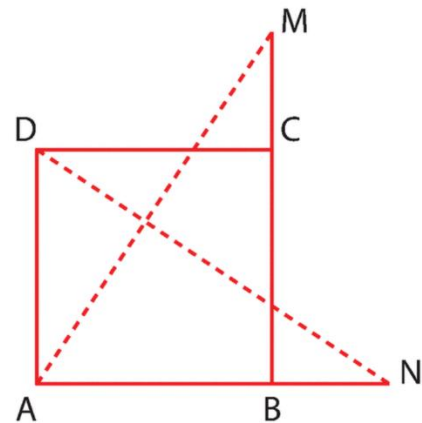
On considère les points $A(4;-1)$, $B(-3;-1)$ et $C(-1;3)$.

1. Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$.
2. On appelle H le projeté orthogonal de C sur la droite (AB) . En calculant autrement à l'aide du point H le produit scalaire $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}$, en déduire la longueur AH .
3. Donner une valeur en degrés, arrondie à 0,1 près, de l'angle $\widehat{ABC}$.

Exercice 10

$ABCD$ est un carré et les points M et N sont tels que $\overrightarrow{CM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$ et $\overrightarrow{BN} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$.

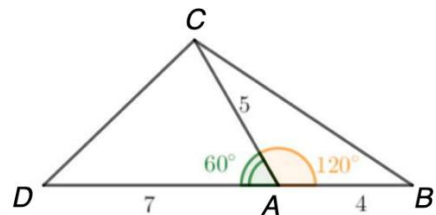
1. En décomposant les vecteurs $\overrightarrow{DN}$ et $\overrightarrow{AM}$ à l'aide de la relation de Chasles, montrer que les droites (DN) et (AM) sont perpendiculaires.
2. En prenant le repère $(A; B, D)$, montrer de même que les droites (DN) et (AM) sont perpendiculaires.



Exercice 11 : Al-Kashi

On considère la figure ci-contre.

1. Calculer la longueur BC .
2. Calculer la longueur CD .
3. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{BDC}$ en degrés arrondie au dixième.



Exercice 12 : Al-Kashi

On considère les points A , B et C tels que $AB = 3$, $AC = 4$ et $\widehat{BAC} = 120^\circ$. Déterminer la longueur BC . On pourra réaliser une figure à main levée pour visualiser la situation.

Exercice 13 : Ligne de niveau

On donne les points A et B tels que $AB = 12$ et I le milieu du segment $[AB]$.

Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 4$.

Exercice 14 : Ligne de niveau

On donne les points C et D tels que $CD = 10$ et H le milieu du segment $[CD]$.

Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MD} = -9$.

Exercice 15 : Ligne de niveau

On considère les points $A(-2; -3)$ et $B(-1; 4)$.

1. Calculer la longueur AB .
2. Déterminer les coordonnées du milieu du segment $[AB]$.
3. Déterminer l'ensemble des points M du plan vérifiant $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} = 0$.