# 10 : Géométrie repérée

## I. Rappels sur les droites

**Propriété : Critère de colinéarité**

$\vec{u}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$ et $\vec{v}\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix}$ sont colinéaires si et seulement si $xy'-x'y=0$.

**Définition : Vecteur directeur d'une droite**

Un vecteur directeur d'une droite d'équation cartésienne $ax+by+c=0$ est $\vec{u}\begin{pmatrix} -b \\ a \end{pmatrix}$.

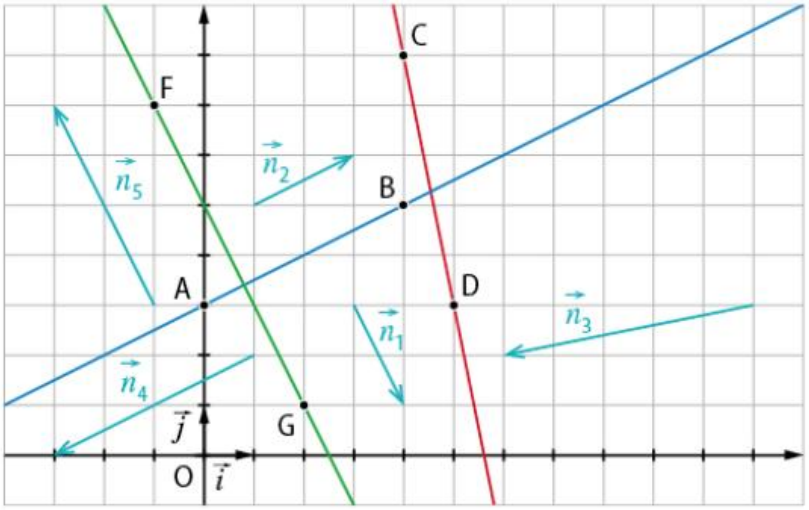
**Application 1**

**1.** Déterminer une équation cartésienne de la droite $d_1$ passant par le point $A(4;3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}\begin{pmatrix} -2 \\ 5 \end{pmatrix}$.

**2.** Déterminer une équation cartésienne de la droite $d_2$ passant par le point $B(-1;5)$ et le point $C(2;4)$.

## II. Droites dans un repère

**Activité préparatoire**




**1. a.** Déterminer les coordonnées du vecteur $\overrightarrow{AB}$ par lecture graphique.

Que représente le vecteur $\overrightarrow{AB}$ pour la droite $(AB)$ ?

**b.** Déterminer les coordonnées du vecteur $\vec{n}_1$ par lecture graphique.

**c.** Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{AB}.\vec{n}_1$. Que peut-on en déduire ?

On dit que le vecteur $\vec{n}_1$ est un vecteur normal à la droite $(AB)$.

**d.** Montrer que le vecteur $\overrightarrow{FG}$ est un vecteur normal à la droite $(AB)$.

**e.** Citer un autre vecteur normal à la droite $(AB)$.

**2.** Parmi les vecteurs représentés, lequel est un vecteur normal à la droite $(CD)$ ?

**3.** Parmi les vecteurs représentés, lesquels sont :
Des vecteurs directeurs de la droite $(FG)$ ?

Des vecteurs normaux à la droite $(FG)$ ?

**Définition : Vecteur normal à une droite**

Un vecteur normal à une droite *d* est un vecteur non nul orthogonal à un vecteur directeur de *d*.

**Propriété**

Soit *d* une droite de vecteur normal $\vec{n}(a;b)$, *A* un point de *d* et *M* un point du plan.

*M* appartient à *d* si, et seulement si, $\overrightarrow{AM}.\vec{n}=0$.

**Propriété : Équation cartésienne d'une droite**

Soit *d* une droite de vecteur normal $\vec{n}(a;b)$.
Une équation cartésienne de *d* s'écrit $ax+by+c=0$.
Réciproquement, l'équation $ax+by+c=0$ est celle d'une droite de vecteur normal $\vec{n}(a;b)$.

**Démonstration**

Soit $A(x_A;y_A)$ un point de la droite *d*.
Le point $M(x;y)$ est un point de *d* si, et seulement si, $\overrightarrow{AM}.\vec{n}=0$.
Comme, $\overrightarrow{AM}(x-x_A;y-y_A)$ et $\vec{n}(a;b)$, alors $\overrightarrow{AM}.\vec{n}=0$ équivaut à :
$a(x-x_A)+b(y-y_A)=0$ et donc à $ax+by-ax_A-by_A=0$, autrement dit $ax+by+c=0$ avec $c=-ax_A-by_A$
Réciproquement soit *d* l'ensemble des points $M(x;y)$ tels que $ax+by+c=0$.
*d* est une droite de vecteur directeur $\vec{u}(-b;a)$.
$\vec{n}.\vec{u}=a\times(-b)+b\times a=0$. Donc $\vec{n}$ et $\vec{u}$ sont orthogonaux.
$\vec{n}$ est un vecteur normal à *d*.

## Application 2

Soit *d* la droite passant par le point $A(-2;3)$ et dont un vecteur normal est le vecteur $\vec{n}(4;-5)$.

Déterminer une équation cartésienne de la droite *d*.

## Application 3

Sur la droite *d* d'équation $x+3y-4=0$ et le point $A(2;4)$.

Déterminer les coordonnées du point *H*, projeté orthogonal du point *A* sur la droite *d*.

## III. Cercles dans un repère

**Propriété**

Une équation du cercle de centre $A(x_A;y_A)$ et de rayon $r$ est : $(x-x_A)^2+(y-y_A)^2=r^2$

**Démonstration**

Tout point $M(x;y)$ appartient au cercle de centre $A(x_A;y_A)$ et de rayon $r$ si et seulement $AM^2=r^2$.

Or $AM=\sqrt{(x-x_A)^2+(y-y_A)^2}$, autrement dit $AM^2=(x-x_A)^2+(y-y_A)^2$. D'où le résultat.

**Application 4**

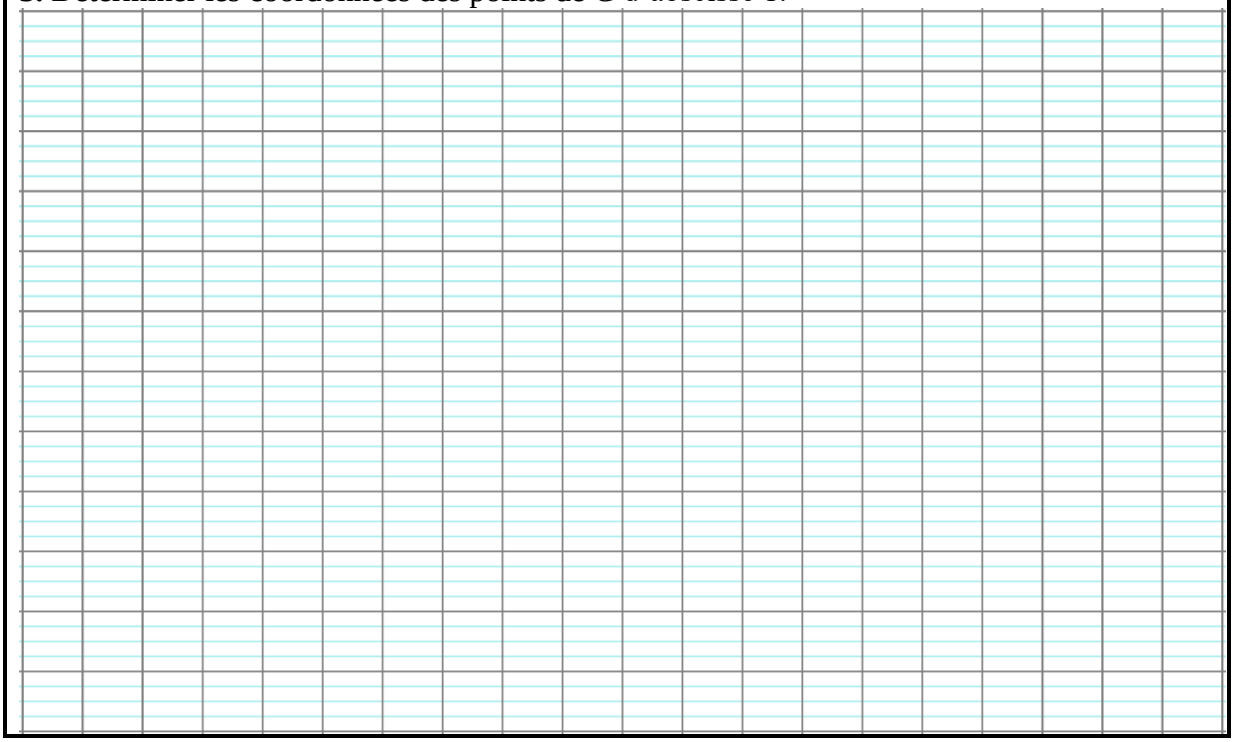
On considère le cercle $C$ de centre $A(3;-2)$ et passant par le point $B(-1;5)$.

Déterminer une équation du cercle $C$.

## Application 5

On considère l'ensemble $E$ d'équation : $x^2 + y^2 - 2x + 4y - 4 = 0$.

**1.** Démontrer que l'ensemble $E$ est un cercle dont on déterminera les caractéristiques (centre, rayon).

**2.** Le Point $B(4;-2)$ est-il un point du cercle ?

**3.** Déterminer les coordonnées des points de $C$ d'abscisse 1.