Interrogation de mathématiques n° 3

Exercice 1 *3 points*

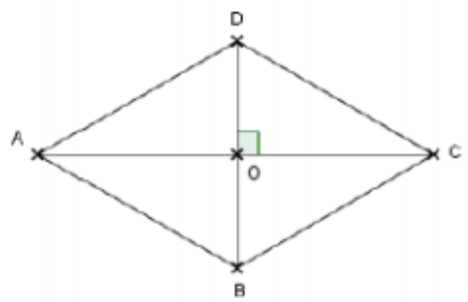
Soit ABC un triangle tel que $AB = 2$, $AC = 3$ et $BC = 4$.

1. Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

2. En déduire une valeur approchée, au dixième de degré près, de l'angle $\widehat{BAC}$.

Exercice 2 *3 points*

ABD et BCD sont deux triangles équilatéraux avec $AB = 4$.

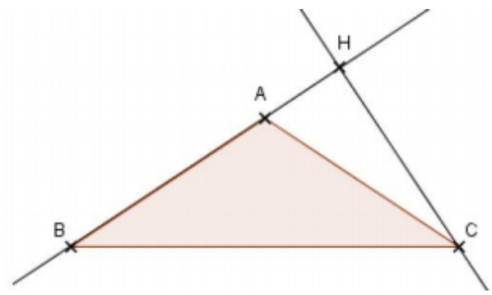


Calculer les produits scalaires suivants :

1. $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD}$ **2.** $\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}$ **3.** $\overrightarrow{DO}.\overrightarrow{CD}$

Exercice 3 *3 points*

ABC est un triangle isocèle en A tel que $BC = 5$ et $AB = 3$.



1. Calculer $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}$.

2. Calculer BH où H est le projeté orthogonal de C sur (AB).

Exercice 4 *3 points*

On donne les points suivants : $A(2m+1;2)$, $B(3m+1;5)$ et $C(4m;1)$, où m est un réel.

1. Déterminer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ en fonction de m.

2. Déterminer les valeurs de m pour que le triangle ABC soit rectangle en A.

Exercice 5 *3 points*

Soit ABC un triangle.

1. Démontrer que, pour tout point M du plan, on a : $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BM}.\overrightarrow{CA}+\overrightarrow{CM}.\overrightarrow{AB}=0$.

2. Soit H le point d'intersection des hauteurs du triangle ABC issues de A et de B.
Démontrer à l'aide de la formule du **1.** que la troisième hauteur passe aussi par le point H.

Exercice 6 ***5 points***

1. Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^2-3x+5$.

a. Calculer et simplifier $\tau(h)=\dfrac{f(5+h)-f(5)}{h}$.

b. Déterminer la limite de τ quand h tend vers 0. Que peut-on en-déduire pour la fonction f ?

2. Soit g la fonction définie sur $[4;+\infty[$ par $g(x)=\sqrt{x-4}$.

a. Montrer que le taux de variation de la fonction g entre 5 et $5+h$ est $\tau(h)=\dfrac{1}{\sqrt{1+h}+1}$.

b. Que peut-on en-déduire pour la fonction g ?