

Correction de l'interno

exo 1

$$\begin{aligned}
 1. \quad f'(x) &= 3x^2 - 3 \\
 &= 3(x^2 - 1) \\
 &= 3(x-1)(x+1)
 \end{aligned}$$

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
$x-1$		-	-	+
$x+1$		-	+	+
$f'(x)$		+	-	+

x	-3	-1	1	2
$f'(x)$		+	-	+
f		$\nearrow 3$	$\searrow -1$	$\nearrow 3$
	-17			

3. Pour $x \in [-3; 2]$, $-17 \leq f(x) \leq 3$

4a. $y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$f(0) = 1$ $f'(0) = -3$

Donc T: $y = -3x + 1$

b. $f(x) - (-3x+1) = x^3 - 3x + 1 + 3x - 1 = x^3$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
x^3		-	+

Donc sur $[-3; 0]$ $f(x) - (-3x+1) \leq 0$ donc f en dessous de T

sur $[0; 2]$ $f(x) - (-3x+1) \geq 0$ donc f au dessus de T.

5. Posons $f'(x) = 9$

$3x^2 - 3 = 9$

$3x^2 - 12 = 0$

$3(x^2 - 4) = 0$

$3(x-2)(x+2) = 0$ soit $x-2=0$ soit $x+2=0$
 $x=2$ $x=-2$

la tangente a un coefficient directeur egal à 9 lorsque $x=2$ ou $x=-2$.

exo 2

1a. $f(x) = x + \frac{1}{x}$

$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$

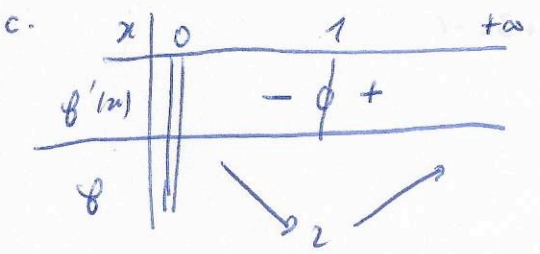
$f'(x) = \frac{x^2 - 1}{x^2}$

$f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$x-1$		-	-	-	+
$x+1$		-	+	+	+
x^2		+	+	+	+
$\frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$		+	-	-	+

Donc on a:

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		-	+



2. f admet 2 comme minimum sur $]0, +\infty[$
 Dmc la somme d'un nombre positif et de son inverse est supérieure à 2.

analyse de la fonction

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{2}{x^3}$$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		- +	
f			



pour $x \in]0, 1[$, $f'(x) < 0$ donc f décroît
 or $f = f'(x) = 0$
 $f(x) = x + \frac{1}{x} = 2$
 donc $T = 2$

x	0	1	$+\infty$
$f'(x)$		- +	
f			

$$f(x) = x + \frac{1}{x}$$

$$f'(x) = 1 - \frac{1}{x^2}$$

$$f''(x) = \frac{2}{x^3}$$

