

## Interrogation de mathématiques n°5

### Exercice 1 : 6 points

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-3;2]$  par  $f(x) = x^3 - 3x + 1$ , et  $C_f$  sa courbe représentative.

1. Calculer  $f'(x)$  puis étudier son signe suivant les valeurs de  $x$ .
2. Construire le tableau de variations de  $f$  sur  $[-3;2]$ .
3. Déterminer un encadrement de  $f(x)$  lorsque  $x \in [-3;2]$ .
4. a. Déterminer une équation de  $T$ , tangente à  $C_f$  au point d'abscisse 0.  
b. Étudier la position relative entre  $C_f$  et  $T$  sur  $[-3;2]$ .
5. Quels sont les points de la courbe  $C_f$  pour lesquels le coefficient directeur de la tangente est égal à 9.

### Exercice 2 : 4 points

On souhaite montrer que la somme d'un nombre strictement positif et de son inverse est supérieure à 2.

Soit  $x$  ce nombre.

1. On considère la fonction  $f$  définie sur  $]0;+\infty[$  par  $f(x) = x + \frac{1}{x}$ .

a. Montrer que  $f'(x) = \frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$ .

b. Étudier le signe de l'expression  $\frac{(x-1)(x+1)}{x^2}$  sur  $\mathbb{R}$ . En déduire le signe de  $f'(x)$  sur  $]0;+\infty[$ .

c. Construire le tableau de variation de  $f$  sur  $]0;+\infty[$ .

2. Conclure.