Correction de l'interro 6

exo 1

$u_n = u_0 + n r$

$u_n = 3 + 5n$

Donc $u_{12} = 3 + 5 \times 12$

$u_{12} = 63$

exo 2

1. $\dfrac{u_{n+1}}{u_n} = \dfrac{3 \times 2^{n+1}}{3 \times 2^n} = \dfrac{2^n \times 2}{2^n} = 2$

Donc (u_n) est géométrique de raison $q = 2$

Son premier terme est $u_0 = 3 \times 2^0 = 3$.

2. $S = v_0 + v_1 + \dots + v_n$

$S = u_0 + 1 + u_1 + 1 + \dots + u_n + 1$

$S = u_0 + u_1 + \dots + u_n + (n+1) \times 1$

$S = u_0 \cdot \dfrac{1 - q^{n+1}}{1 - q} + (n+1)$

$S = 3 \cdot \dfrac{1 - 2^{n+1}}{1 - 2} + (n+1)$

$S = 3(2^{n+1} - 1) + n + 1$

exo 3

1. a. $u_1 = 3 \quad u_2 = 5 \quad u_3 = \dfrac{17}{3}$.

b. $u_2 - u_1 = 5 - 3 = 2$

$u_3 - u_2 = \dfrac{17}{3} - 5 = \dfrac{2}{3}$

Donc (u_n) n'est pas arithmétique.

$\dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{5}{3}$

$\dfrac{u_3}{u_2} = \dfrac{\frac{17}{3}}{5} = \dfrac{17}{15}$

Donc (u_n) n'est pas géométrique

2a. $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{u_{n+1} - 6}{u_n - 6}$

$= \dfrac{\frac{1}{3} u_n + 4 - 6}{u_n - 6}$

$= \dfrac{\frac{1}{3} u_n - 2}{u_n - 6}$

$= \dfrac{\frac{1}{3}(u_n - 6)}{u_n - 6}$

$= \dfrac{1}{3}$

Donc (v_n) est géométrique de raison $q = \dfrac{1}{3}$.

Son premier terme est :

$v_0 = u_0 - 6$

$= -3 - 6$

$= -9$

b. $v_n = v_0 \cdot q^n$

$= -9\left(\frac{1}{3}\right)^n$

De plus $v_n = u_n - 6$

Donc $u_n = v_n + 6$

$u_n = 6 - 9\left(\frac{1}{3}\right)^n$.

c $\lim_{n\to+\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n = 0$ car $-1 < \frac{1}{3} < 1$

Donc $\lim_{n\to+\infty} u_n = 6 - 9\times 0$

$= 6$.

exo 4

1 a. $u_1 = u_0 \times \left(1 + \frac{4}{100}\right)$

$= 8400 \times 1{,}04$

$= 8736$ € en 2020.

$u_2 = u_1 \times 1{,}04$

$= 8736 \times 1{,}04$

$= 9085{,}44$ € en 2021

b. Pour obtenir u_{n+1} on multiplie u_n par 1,04 (augmentation de 4%). Donc $u_{n+1} = 1{,}04\, u_n$

(u_n) est donc géométrique de raison $q = 1{,}04$

et de 1er terme $u_0 = 8400$.

Donc $u_n = u_0 \cdot q^n$

$u_n = 8400 \times 1{,}04^n$.

c. En 2029, le loyer est :

$u_{10} = 8400 \times 1{,}04^{10}$

$\simeq 12434$ €.

2.a. $v_1 = 8400 + 415$

$v_1 = 8815$ € en 2020

$v_2 = v_1 + 415$

$v_2 = 8815 + 415$

$v_2 = 9230$ € en 2021.

b. v_{n+1} s'obtient en rajoutant 415 à v_n.

Donc $v_{n+1} = v_n + 415$. (v_n) est donc arithmétique de raison $r = 415$, et de 1er terme $v_0 = 8400$.

Donc $v_n = v_0 + nr$

$v_n = 8400 + 415n$.

c. On cherche n tq $u_n \geqslant v_n$

$\Leftrightarrow 8400 \times 1{,}04^n \geqslant 8400 + 415n$

A la calculatrice on trouve :

$u_{11} = 12931$ $u_{12} = 13449$

$v_{11} = 12965$ $v_{12} = 13380$

donc à partir de $n=12$ soit en 2031.

3. $S = v_0 + v_1 + \cdots + v_{29}$

$v_0 = 8400$

$v_{29} = 8400 + 415 \times 29$
$= 20435.$

$S = 30 \cdot \dfrac{v_0 + v_{29}}{2}$

$S = 30 \cdot \dfrac{8400 + 20435}{2}$

$S = 432\,525$ €.

Donc la personne B aura un loyer total de 432 525 € en 30 ans, soit de 2019 à 2048.