

Interrogation de mathématiques n°6

Exercice 1 : 2 points

On considère la suite (u_n) arithmétique de raison 5 et de premier terme $u_0 = 3$.
Donner l'expression de u_n en fonction de n , et calculer u_{12} .

Exercice 2 : 3 points

1. On considère la suite (u_n) définie par $u_n = 3 \times 2^n$.

Démontrer que (u_n) est une suite géométrique de raison et de premier terme u_0 que l'on précisera.

2. Cette fois, on considère la suite (v_n) définie par $v_n = u_n + 1$.

A l'aide de la question 1., calculer $S = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n$.

Exercice 3 : 7 points

Soit la suite (u_n) définie sur \mathbb{N} par $u_0 = -3$ et $u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 4$.

1. a. Calculer u_1 , u_2 et u_3 .

b. La suite (u_n) est-elle géométrique ? Arithmétique ? Justifier la réponse.

2. On pose pour tout entier n , $v_n = u_n - 6$.

a. Montrer que la suite (v_n) est géométrique dont on donnera la raison et le premier terme.

b. Déterminer v_n puis u_n en fonction de n .

c. Déterminer $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

Exercice 4 : 8 points

1. Une personne A loue un appartement au 1^{er} janvier 2019. Le loyer annuel payé pour l'année 2019 est $u_0 = 8400$ €. Chaque année son loyer annuel augmente de 4 % par rapport au loyer de l'année précédente.

On note u_n le loyer versé pour l'année $2019 + n$.

a. Calculer le montant du loyer annuel en 2020, puis en 2021.

b. Déterminer la nature de la suite (u_n) (en justifiant) puis exprimer u_n en fonction de n .

c. Quel sera le loyer annuel de l'année 2029, arrondi à l'euro ?

2. Une personne B loue le même type d'appartement au 1^{er} janvier 2019. Le loyer annuel payé pour l'année 2019 est $v_0 = 8400$ €. Chaque année son loyer annuel augmente de 415 €.

On note v_n le loyer versé pour l'année $2019 + n$.

a. Calculer le montant du loyer annuel en 2020, puis en 2021.

b. Déterminer la nature de la suite (v_n) (en justifiant) puis exprimer v_n en fonction de n .

c. A l'aide de la calculatrice, indiquer en quelle année le loyer de A dépassera pour la première fois le loyer de B et indiquer les loyers annuels correspondants.

3. Si la personne B décide de rester 30 ans dans son appartement (donc jusqu'à la fin de l'année 2049), quel sera le loyer total qu'elle aura payé ?