

Interrogation de mathématiques n°3**Exercice 1 – 5 points**

1. (u_n) est une suite arithmétique telle que $u_{10} = 53$ et $u_3 = 18$.

a. Déterminer sa raison r .

b. Calculer u_8 .

2. (v_n) est une suite géométrique telle que $v_3 = -24$ et $v_6 = -192$.

a. Déterminer sa raison q et son premier terme v_0 .

b. Déterminer le sens de variations de la suite (v_n) .

Exercice 2 – 7 points

Soit (u_n) une suite définie sur \mathbb{N} par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2+3u_n}$.

1. Calculer u_1 et u_2 : la suite (u_n) est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier votre réponse.

2. On suppose que pour tout entier n , on a $u_n \neq 0$, et on définit la suite (v_n) par $v_n = \frac{1}{u_n}$.

a. Montrer que la suite (v_n) est arithmétique et préciser sa raison.

b. Donner l'expression de v_n en fonction de n .

c. En déduire que $u_n = \frac{2}{3n+2}$.

3. Etudier la monotonie de la suite (u_n) .

4. Existe-t-il un terme de la suite (u_n) tel que $u_n = \frac{1}{25}$. Si oui déterminer alors son rang n .

Exercice 3 – 8 points

Soit (u_n) une suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = \frac{3u_n + 4}{u_n + 3}$.

1. Calculer la valeur de u_1 , u_2 et u_3 .

2. Cette suite est-elle arithmétique ? géométrique ? Justifier votre réponse.

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n par $v_n = \frac{u_n + 2}{u_n - 2}$.

Démontrer que (v_n) est une suite géométrique de raison 5. (On pourra exprimer v_{n+1} en fonction de v_n).

4. Exprimer v_n en fonction de n .

5. Exprimer u_n en fonction de v_n , puis en déduire que $u_n = \frac{6 \times 5^n - 2}{1 + 3 \times 5^n}$.

6. Donner alors la valeur exacte de u_6 en détaillant les calculs. En donner la valeur approchée à 10^{-4} près.