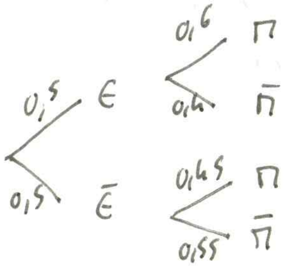
Correction de l'interro 9

exo 1

1.



2. $P(E\cap N) = P(E)\times P_E(N)$
$= 0{,}5\times 0{,}6$
$= 0{,}3$

3. $P(N) = P(E\cap N) + P(\bar{E}\cap N)$
$= 0{,}3 + 0{,}5\times 0{,}45$
$= 0{,}525$

4. $P_N(\bar{E}) = \dfrac{P(N\cap \bar{E})}{P(N)} = \dfrac{0{,}5\times 0{,}45}{0{,}525} \simeq 0{,}43$

5. $P_{\bar{N}}(E) = \dfrac{P(\bar{N}\cap E)}{P(\bar{N})} = \dfrac{0{,}5\times 0{,}4}{1-0{,}525} \simeq 0{,}42$

exo 2

1. En 2015 il y a 3000 élèves.
Donc $u_0 = 3000$

→ Perte de 10% → $\left(1-\dfrac{10}{100}\right)\times u_n = 0{,}9\,u_n$

→ gain de 250 élèves → $u_{n+1} = 0{,}9\,u_n + 250$

2. $\dfrac{v_{n+1}}{v_n} = \dfrac{u_{n+1}-2500}{u_n-2500}$

$= \dfrac{0{,}9u_n+250-2500}{u_n-2500}$

$= \dfrac{0{,}9u_n-2250}{u_n-2500}$

$= \dfrac{0{,}9(u_n-2500)}{u_n-2500}$

$= 0{,}9$

Donc (v_n) géométrique de raison $q=0{,}9$.
Son 1er terme $v_0 = u_0 - 2500$
$v_0 = 3000-2500$
$v_0 = 500$

3 a. $v_n = v_0\times q^n$
$v_n = 500\times 0{,}9^n$

b. $v_n = u_n - 2500$
$u_n = v_n + 2500$
$u_n = 500\times 0{,}9^n + 2500$

4 a. $u_{n+1}-u_n = 500\times 0{,}9^{n+1} + 2500 - (500\times 0{,}9^n + 2500)$
$= 500\times 0{,}9^{n+1} - 500\times 0{,}9^n$
$= 500\times 0{,}9^n(0{,}9-1)$
$= 500\times 0{,}9^n\times(-0{,}1)$
$= -50\times 0{,}9^n$

b. $-50<0$
$0{,}9^n>0$
Donc $u_{n+1}-u_n<0$
(u_n) est donc décroissante

5. $u_4 = 2828 > 2800$

$u_5 = 2795 < 2800$

Donc $n = 5$

Il faut attendre 5 ans pour que l'établissement ne soit plus en sureffectif soit $2015 + 5 = 2020$

Donc $x + e^{1-x} \geq 2$

4. $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$f'(1) = 0$

$f(1) = -2e$

Donc $y = 0(x-1) - 2e$

$y = -2e$

exo3

1. g est de la forme uv avec $u = 2x-4$, $u' = 2$; $v = e^x$, $v' = e^x$

Comme $(uv)' = u'v + v'u$ alors :

$g'(x) = 2e^x + e^x(2x-4)$

$= e^x(2 + 2x - 4)$

$= e^x(2x-2)$

2. $e^x > 0$ Donc $g'(x)$ est du signe de $2x-2$.

$2x - 2 = 0$

$x = 1$

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$2x-2$		$-$	0	$+$	

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
g		$\searrow$	$-2e$	$\nearrow$	

3. g admet $-2e$ comme minimum.

Donc $g(x) \geq -2e$

$2(2x-4)e^x \geq -2e$

$2x - 4 \geq \frac{-2e}{e^x}$

$2(x-2) \geq -2e^{1-x}$

$2(x-2) + 2e^{1-x} \geq 0$

$2[x - 2 + e^{1-x}] \geq 0$

$x - 2 + e^{1-x} \geq 0$

exo4

1. $u = x^2 + x - 1$, $u' = 2x+1$; $v = x+2$, $v' = 1$

$f'(x) = \frac{(2x+1)(x+2) - (x^2+x-1)}{(x+2)^2}$

$= \frac{2x^2 + 4x + x + 2 - x^2 - x + 1}{(x+2)^2}$

$= \frac{x^2 + 4x + 3}{(x+2)^2}$

2 a. $\Delta = 4^2 - 4 \times 1 \times 3$

$\Delta = 16 - 12$

$\Delta = 4$

$x_1 = \frac{-4-2}{2}$; $x_1 = -3$

$x_2 = \frac{-4+2}{2}$; $x_2 = -1$

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
x^2+4x+3		$+$	0	$-$	0	$+$	

b. Comme $(x+2)^2 > 0$ alors $f'(x)$ est du signe de $x^2 + x + 3$.

x	-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
f	$\Vert$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	

3. $y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$f(0) = -\frac{1}{2}$ $\quad f'(0) = \frac{3}{4}$

Donc $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}$

4a. $f(x) - \left(\frac{3x}{4} - \frac{1}{2}\right) = \frac{x^2+x-1}{x+2} - \left(\frac{3x-2}{4}\right)$

$$= \frac{4(x^2+x-1) - (x+2)(3x-2)}{4(x+2)}$$

$$= \frac{4x^2+4x-4 - (3x^2-2x+6x-4)}{4(x+2)}$$

$$= \frac{4x^2+4x-4-3x^2+2x-6x+4}{4(x+2)}$$

$$= \frac{x^2}{4(x+2)}$$

b. $4 > 0$ $\quad$ Donc $f(x) - \left(\frac{3x}{4} - \frac{1}{2}\right)$ est du signe

$x^2 \geq 0$ $\quad$ de $x+2$.

si $x \in]-2;+\infty[$

alors $x > -2$

$\Leftrightarrow$ $x+2 > 0$

Donc $f(x) - \left(\frac{3x}{4} - \frac{1}{2}\right) > 0$ sur $]-2;+\infty[$

Donc $\mathcal{C}_f$ au dessus de T sur $]-2;+\infty[$