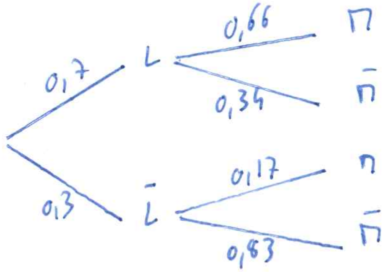
Correction de l'interro 5

exo1

1. $P(L) = 0{,}7$ $\quad P_L(N) = 0{,}66$ $\quad P_{\bar{L}}(\bar{N}) = 1 - 0{,}83 = 0{,}17$

2



3. $P(L \cap N) = P(L) \times P_L(N)$

$= 0{,}7 \times 0{,}66$

$= 0{,}462$

4. $P(N) = P(L \cap N) + P(\bar{L} \cap N)$

$= 0{,}462 + 0{,}3 \times 0{,}17$

$= 0{,}462 + 0{,}051$

$= 0{,}513$

5. $P_{\bar{N}}(\bar{L}) = \dfrac{P(\bar{N} \cap \bar{L})}{P(\bar{N})}$

$= \dfrac{0{,}3 \times 0{,}83}{1 - 0{,}513}$

$\simeq 0{,}511$

6. $P_N(L) = \dfrac{P(N \cap L)}{P(N)}$

$= \dfrac{0{,}462}{0{,}513}$

$\simeq 0{,}9006$

Soit légèrement plus de 90%

7. $P(N \cap L) = 0{,}462$

$P(N) \times P(L) = 0{,}513 \times 0{,}7$

$= 0{,}3591$

Donc $P(N \cap L) \neq P(N) \times P(L)$

Les événements N et L ne sont pas indépendants

exo2

1. $f(x) = \dfrac{x-1}{x^2+1}$

$u = x - 1 \quad u' = 1$

$v = x^2 + 1 \quad v' = 2x$

$\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$

Donc $f'(x) = \dfrac{1(x^2+1) - 2x(x-1)}{(x^2+1)^2}$

$f'(x) = \dfrac{x^2 + 1 - 2x^2 + 2x}{(x^2+1)^2}$

$f'(x) = \dfrac{-x^2 + 2x + 1}{(x^2+1)^2}$

2. $f'(x) = 0$

$\iff \dfrac{-x^2+2x+1}{(x^2+1)^2} = 0$

$\iff -x^2 + 2x + 1 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac$

$\Delta = 2^2 - 4 \times (-1) \times 1$

$\Delta = 4 + 4$

$\Delta = 8$

$x_1 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$

$x_1 = \dfrac{-2 - \sqrt{8}}{-2}$

$x_1 = 1 + \sqrt{2} \qquad x_2 = 1 - \sqrt{2}$

Comme $a < 0$ on a :

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

3.

x	$-\infty$		$1-\sqrt{2}$		$1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
f		$\searrow$	$-1{,}21$	$\nearrow$	$0{,}21$	$\searrow$	

comme $(x^2+1)^2 > 0$ alors $f'(x)$ est du signe de $-x^2 + 2x + 1$

4. $y = f'(1)(x-1) + f(1)$

$f(1) = 0$

$f'(1) = \dfrac{1}{2}$

Donc $T : y = \dfrac{1}{2}(x-1)$

$y = \dfrac{1}{2}x - \dfrac{1}{2}$

5. Posons $f(x) = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{x^2+1} = \frac{x-1}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x-1}{x^2+1} - \frac{x-1}{2} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2(x-1) - (x-1)(x^2+1)}{2(x^2+1)} = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)[2 - (x^2+1)] = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(2 - x^2 - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(1-x^2) = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-1)(1-x)(1+x) = 0$$

Soit $x - 1 = 0$ Soit $1 - x = 0$ Soit $1 + x = 0$

$x = 1$ $\quad$ $x = 1$ $\quad$ $x = -1$

L'abscisse du point B est donc -1.

Ex 3

1. $\cos^2 x + \sin^2 x = 1$

$\cos^2 x + \left(\frac{1}{4}\right)^2 = 1$

$\cos^2 x = 1 - \frac{1}{16}$

$\cos^2 x = \frac{15}{16}$

Donc $\cos x = \sqrt{\frac{15}{16}} > 0$ ne convient pas car $x \in [\frac{\pi}{2}; \pi]$

ou $\cos x = -\sqrt{\frac{15}{16}}$

2. $\cos(0) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos(\pi)$

$= 1 + \frac{\sqrt{2}}{2} + 0 - \frac{\sqrt{2}}{2} - 1$

$= 0$

3. $-105 < \frac{-313}{3} < -104$

Donc la mesure principale de $\frac{-313\pi}{3}$ est :

$$\frac{-313\pi}{3} + 104\pi = \frac{-\pi}{3}.$$

$$\cos\left(\frac{-313\pi}{3}\right) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin\left(\frac{-313\pi}{3}\right) = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{\sqrt{3}}{2}$$

4a $2\cos x + \sqrt{3} = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos x = -\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow \cos x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$

$\Leftrightarrow \cos x = \cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)$

$$\begin{cases} x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi \\ \text{ou} \\ x = -\frac{5\pi}{6} + 2k\pi \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

b. si $k = 0$ $\quad x = \frac{5\pi}{6}$ $\quad$ ou $x = -\frac{5\pi}{6} \notin [0; 2\pi[$.

si $k = 1$ $\quad x = -\frac{5\pi}{6} + 2\pi$

$x = \frac{7\pi}{6}$

Sur $[0; 2\pi[$, les solutions sont : $\frac{5\pi}{6}$; $\frac{7\pi}{6}$.