

**Interrogation de mathématiques n°5**

**Exercice 1 – 7 points**

Lors d'une course cyclo sportive, 70% des participants sont licenciés dans un club, les autres ne sont pas licenciés. Aucun participant n'abandonne la course.

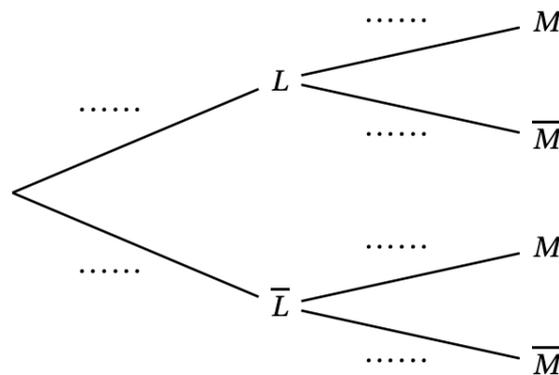
- \* Parmi les licenciés, 66% font le parcours en moins de 5 heures ; les autres en plus de 5 heures.
- \* Parmi les non licenciés, 83% font le parcours en plus de 5 heures ; les autres en moins de 5 heures.

On interroge au hasard un cycliste ayant participé à cette course et on note :

- \*  $L$  l'évènement « le cycliste est licencié dans un club » ;
- \*  $M$  l'évènement « le cycliste fait le parcours en moins de 5 heures ».

1. À l'aide des données de l'énoncé préciser les valeurs de  $P(L)$ ,  $P_L(M)$  et  $P_L(\bar{M})$ .

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré suivant représentant la situation.



3. Calculer la probabilité que le cycliste interrogé soit licencié dans un club et ait réalisé le parcours en moins de 5 heures.

4. Justifier que  $P(M) = 0,513$ .

5. On interroge un cycliste ayant réalisé le parcours en plus de 5 heures. Quelle est la probabilité qu'il ne soit pas licencié ?

6. Un organisateur affirme qu'au moins 90% des cyclistes ayant fait le parcours en moins de 5 heures sont licenciés dans un club. A-t-il raison ? Justifier la réponse.

7. Les évènements  $L$  et  $M$  sont-ils indépendants ?

### Exercice 2 – 7 points

On considère la fonction  $f$  définie et dérivable sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = \frac{x-1}{x^2+1}$ . On appelle  $C_f$  la courbe représentative de la fonction  $f$ .

1. Déterminer la dérivée de  $f$  et montrer que  $f'(x) = \frac{-x^2 + 2x + 1}{(x^2 + 1)^2}$ .

2. Déterminer les solutions de l'équation  $f'(x) = 0$ . En déduire le signe de  $f'(x)$ .

3. Dresser le tableau de variation de la fonction  $f$ .  
On donnera la valeur des extremums à  $10^{-2}$  près.

4. Déterminer l'équation de la tangente  $T$  à  $C_f$  au point  $A$  d'abscisse 1.

5. La tangente  $T$  coupe la courbe  $C_f$  en un autre point  $B$ . Déterminer son abscisse.

### Exercice 3 – 6 points

*Les quatre questions suivantes sont indépendantes.*

1. Déterminer  $\cos x$  sachant que :  $\sin x = \frac{1}{4}$  et  $x \in \left[ \frac{\pi}{2}; \pi \right]$ .

2. Calculer  $\cos(0) + \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \cos\left(\frac{\pi}{2}\right) + \cos\left(\frac{3\pi}{4}\right) + \cos(\pi)$ .

3. Déterminer la mesure principale de  $-\frac{313\pi}{3}$  et donner alors la valeur de  $\cos\left(-\frac{313\pi}{3}\right)$  et de  $\sin\left(-\frac{313\pi}{3}\right)$ .

4. a. Résoudre dans  $\mathbb{R}$  l'équation  $2\cos x + \sqrt{3} = 0$ .

b. En déduire les solutions dans  $[0; 2\pi[$ .