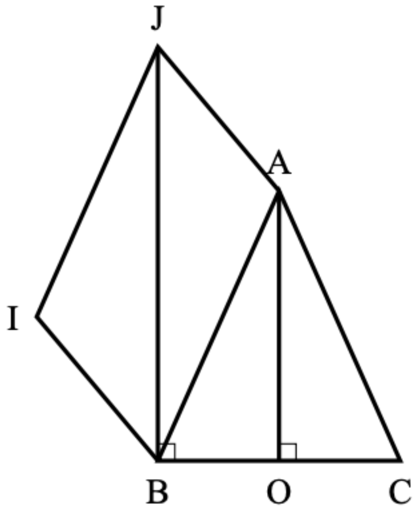
Interrogation de mathématiques n°6

Exercice 1 – 3 points

Dans la figure ci-dessous, ABC est un triangle isocèle an A, $ABDJ$ est un parallélogramme et on a :
$BC = 4$, $JA = 3$, $JB = 7{,}5$ et $\widehat{BJA} = 30°$.



Calculer les produits scalaires suivants :

1. $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{BA}$ **2.** $\overrightarrow{BC}.\overrightarrow{AJ}$ **3.** $\overrightarrow{JA}.\overrightarrow{JB}$

Exercice 2 – 3 points

On considère les vecteurs $\vec{u}$ et $\vec{v}$ tels que $\|\vec{u}\| = 2$, $\|\vec{v}\| = 3$ et $\vec{u}.\vec{v} = 1$.
Calculer alors :

1. $(2\vec{u}+\vec{v}).(\vec{u}-\vec{v})$ **2.** $(\vec{u}+2\vec{v})^2$ **3.** $(\vec{v}+\vec{u}).(\vec{v}-\vec{u})$

Exercice 3 – 4 points

Le plan est muni d'un repère orthonormé.
On considère les points $A(1;1)$, $B(4;-2)$ et $C(5;2)$.

1. Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

2. En déduire la valeur de $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$.

3. Calculer les longueurs AB et AC.

4. En déduire une valeur arrondie au degré près de $\widehat{BAC}$.

Exercice 4 – 3 points

On considère le triangle ABC. On pose $a = BC$, $b = AC$ et $c = AB$.
on donne $a = 7$, $b = 6$ et $c = 5$.

1. Déterminer la valeur exacte de $\cos\left(\widehat{BAC}\right)$ et en déduire la valeur approchée de $\widehat{BAC}$ à 0,1° près.

2. Sachant que $\widehat{ABC} = \widehat{ACB} + 12{,}7$, déterminer alors ces deux angles.

Exercice 5 – 7 points

1. Soit g la fonction définie sur $I = [-4; +\infty[$ par : $g(x) = x^3 + 6x^2 + 1$.

a. Construire le tableau de variation g sur I.

b. En déduire que, pour tout $x \in I$, on a $g(x) > 0$.

2. Soit f la fonction définie sur par : $f(x) = \dfrac{x^3 - 2}{x + 4}$.

a. Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \dfrac{2g(x)}{(x+4)^2}$

b. Déduire de la question **1.** le signe de $f'(x)$ puis le sens de variation de la fonction f sur I.

3. On cherche à résoudre l'équation $f(x) = -1$.

a. Expliquer combien de solution(s) l'équation $f(x) = -1$ a de solution sur I ?

b. Montrer que résoudre $f(x) = -1$ revient à résoudre l'équation $(x+1)\left(x^2 - x + 2\right) = 0$.

c. Résoudre $(x+1)\left(x^2 - x + 2\right) = 0$. En Déduire alors les solutions de $f(x) = -1$.