Correction interro 8

exo 1

1 a
$u_0 = 6$
$u_1 = -2 \times 6 + 3$
$u_1 = -9$

$u_2 = -2 \times (-9) + 3$
$= 21$

$u_3 = -2 \times 21 + 3$
$= -39$

b. $u_1 - u_0 = -9 - 6$
$= -15$

$u_2 - u_1 = 21 + 9$
$= 30$

$u_1 - u_0 \neq u_2 - u_1$
(u_n) n'est pas arithmétique.

$\frac{u_1}{u_0} = \frac{-9}{6} = -1,5$

$\frac{u_2}{u_1} = \frac{21}{-9} = -2,3$

$\frac{u_1}{u_0} \neq \frac{u_2}{u_1}$
(u_n) n'est pas geometrique.

2. $\frac{v_{n+1}}{v_n} = \frac{u_{n+1} - 1}{u_n - 1}$

$= \frac{-2u_n + 3 - 1}{u_n - 1}$

$= \frac{-2u_n + 2}{u_n - 1}$

$= \frac{-2(u_n - 1)}{u_n - 1}$

$= -2$

Donc (v_n) est geometrique de raison $q = -2$

3. $v_0 = u_0 - 1$
$= 6 - 1$
$= 5$

Donc $v_n = v_0 \times q^n$
$v_n = 5 \times (-2)^n$

Comme $v_n = u_n - 1$
$u_n = v_n + 1$
$u_n = 5(-2)^n + 1$

4. $u_{n+1} - u_n = 5(-2)^{n+1} + 1 - [5(-2)^n + 1]$
$= 5(-2)^n \times (-2) + 1 - 5(-2)^n - 1$
$= 5(-2)^n \times (-2) - 5(-2)^n$
$= 5(-2)^n [-2 - 1]$
$= -15(-2)^n$

$-15 < 0$ et $(-2)^n$ change de signe
Donc (u_n) n'est pas monotone.

Autre méthode : $u_n = 5(-2)^n + 1$
$-2 < 0$ donc $(-2)^n$ n'est pas monotone
tout comme (u_n).

5. $(-2)^n$ n'a pas de limite car $-2 < -1$
Donc (u_n) n'a pas de limite.

exo 2

1. $-x_A + y_A + 9 = -0 + 9 + 9$
$= 18$
$\neq 0$

2. $\vec{n}\begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix}$ est un vecteur normal.

$\vec{n}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

3. $(d') \perp (d)$

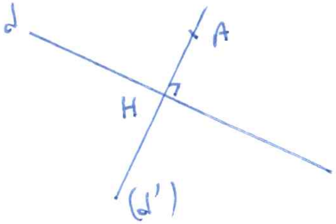
Donc son vecteur directeur $\vec{u}$ est un vecteur normal de (d)

Donc $\vec{u}\begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow -b \\ \leftarrow a \end{matrix}$ $\qquad b = 1$, $a = 1$

Donc $(d') : x + y + c = 0$

Comme $A \in (d')$: $x_A + y_A + c = 0$
$0 + 9 + c = 0$
$c = -9$

Donc $(d') : x + y - 9 = 0$

4. 

H étant le projeté de A sur (d) est le point d'intersection de (d) et (d').

$$+\begin{cases} -x + y + 9 = 0 \\ x + y - 9 = 0 \end{cases}$$

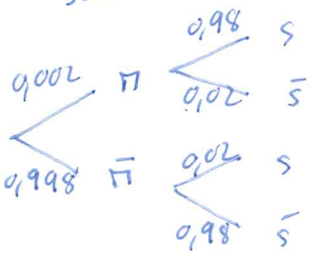
$2y = 0$
$\Leftrightarrow y = 0$

donc $x + 0 - 9 = 0$
$x = 9$

$H(9 ; 0)$

exo 3

1 a $P(M) = \frac{1}{500} = 0{,}002$ $\quad P_M(S) = 0{,}98$ $\quad P_{\bar{M}}(\bar{S}) = 0{,}98$

b 

c. $P(S) = P(M \cap S) + P(\bar{M} \cap S)$
$= 0{,}002 \times 0{,}98 + 0{,}998 \times 0{,}02$
$= 0{,}02192$

d. $P_S(M) = \frac{P(S \cap M)}{P(S)} = \frac{0{,}002 \times 0{,}98}{0{,}02192} \simeq 0{,}089$

4 a. valeurs prises par T : 30 ; 90

$P(T=30) = P(\bar{S}) = 1 - 0,02192$
$= 0,97808$

$P(T=90) = P(S) = 0,02192$

la loi de probabilité de T est :

t_i	30	90
p_i	0,97808	0,02192

b. $E(T) = 30 \times 0,97808 + 90 \times 0,02192$
$= 31,32\,s$

En moyenne un voyageur met 31,32s pour passer le portique.

---

exo 4

(A) 1. pour 40 km/h la consommation est de 5 litres pour 100 km

2. 33 km/h et 100 km/h la conso est de 8L/100 km

3. 50 km/h → conso minimale

(B)

1. $f'(x) = \dfrac{(40x - 1600)x^2 - 2x(20x^2 - 1600x + 40000)}{(x^2)^2}$

$= \dfrac{40x^3 - 1600x^2 - 40x^3 + 3200x^2 - 80000x}{x^4}$

$= \dfrac{1600x^2 - 80000x}{x^4}$

$= \dfrac{1600x(x-50)}{x^4}$

$= \dfrac{1600(x-50)}{x^3}$

2a $1600 > 0$
$x^3 > 0$ sur $[30 ; 130]$

Donc $f'(x)$ est du signe de $x - 50$.

Posons $x - 50 = 0$
$x = 50$

x	30		50		130
$x-50$		−	0	+	

b.

x	30		50		130
$f'(x)$		−	0	+	
f	$\frac{100}{9}$	↘	4	↗	$\frac{1700}{169}$

f est minimale pour $x = 50$
Autrement dit la consommation est minimale pour une vitesse de 50 km/h.