Correction interro 3 SA

exo 1

1b $\vec{AB}.\vec{CD} = -3\times(-7)+5\times(-5)$
$= 21-25$
$= -4$

2c $\cos(\widehat{BAC}) = \dfrac{\vec{AB}.\vec{AC}}{AB\times AC} = \dfrac{5\times3+4\times(-2)}{\sqrt{5^2+4^2}\times\sqrt{3\times(-2)^2}} = \dfrac{7}{\sqrt{533}}$

$\widehat{BAC} \approx 72°$

3a $\vec{AB}.\vec{AC} = \dfrac{1}{2}[AB^2+AC^2-BC^2]$
$= \dfrac{1}{2}[6^2+4^2-5^2]$
$= \dfrac{27}{2}$

4b $u_0 = 1$
$u_1 = 2u_0-3\times0+1$
$= 2\times1+1$
$= 3$

$u_2 = 2u_1-3\times1+1$
$= 2\times3-3+1$
$= 4$

$u_3 = 2u_2-3\times2+1$
$= 2\times4-6+1$
$= 3$

$u_4 = 2u_3-3\times3+1$
$= 2\times3-3\times3+1$
$= -2$

5b $f'(x) = 2x-2$
$f'(1) = 2\times1-2$
$= 0$

exo 2

1. $\vec{AB}.\vec{AC} = AB\times AC\times\cos(\widehat{BAC})$
$= 3\times2\sqrt{2}\times\cos(135)$
$= -6$

2. $\vec{AB}.\vec{AC} = AB\times AH$
$= 5\times2$
$= 10$

3. $\vec{AB}.\vec{AC} = \vec{AB}.\vec{BD} = \dfrac{1}{2}[AD^2-AB^2-BD^2]$
$= \dfrac{1}{2}[6^2-5^2-4^2]$
$= -\dfrac{5}{2}$

4. $\vec{AB}\begin{pmatrix}-5\\2\end{pmatrix}$ $\vec{AC}\begin{pmatrix}-2\\-3\end{pmatrix}$ $\vec{AB}.\vec{AC} = -5\times(-2)+2\times(-3)$
$= 10-6$
$= 4$

exo 3

On veut x tel que : $\vec{u}.\vec{v} = 0$
$\Leftrightarrow (x+3)x+1\times2 = 0$
$\Leftrightarrow x^2+3x+2 = 0$
$\Delta = 3^2-4\times1\times2$
$\Delta = 9-8$
$\Delta = 1$

$x_1 = \dfrac{-3-\sqrt{1}}{2}$ $x_2 = \dfrac{-3+\sqrt{1}}{2}$

$x_1 = \dfrac{-4}{2}$ $x_2 = \dfrac{-2}{2}$

$x_1 = -2$ $x_2 = -1$ $\mathcal{S} = \{-2;-1\}$

exo4

1. $(\vec{DA}+\vec{AI}).(\vec{DC}+\vec{CJ}) = \underbrace{\vec{DA}.\vec{DC}}_{0} + \vec{DA}.\vec{CJ} + \vec{AI}.\vec{DC} + \underbrace{\vec{AI}.\vec{CJ}}_{0}$

$= DA \times CJ + AI \times DC$

$= 3 \times 1{,}5 + 2{,}5 \times 5$

$= 4{,}5 + 12{,}5$

$= 17$

2. $\vec{DI}.\vec{DJ} = (\vec{DA}+\vec{AI}).(\vec{DC}+\vec{CJ})$

$= 17$

3. $\vec{DI}.\vec{DJ} = DI \times DJ \times \cos(I\hat{D}J)$

Donc $\cos(I\hat{D}J) = \dfrac{\vec{DI}.\vec{DJ}}{DI \times DJ}$

D'après le th. de Pythagore dans le triangle AID :

$DI^2 = DA^2 + AI^2$

$= 3^2 + 2{,}5^2$

$= 9 + 6{,}25$

$= 15{,}25$ Donc $DI = \sqrt{15{,}25}$

De même dans le triangle DCJ :

$DJ^2 = DC^2 + CJ^2$

$= 5^2 + 1{,}5^2$

$= 25 + 2{,}25$

$= 27{,}25$ Donc $DJ = \sqrt{27{,}25}$

Donc $\cos(I\hat{D}J) = \dfrac{17}{\sqrt{15{,}25} \times \sqrt{27{,}25}}$

$I\hat{D}J \approx 33°$

exo5

1. $a_0 = 1$ $b_0 = 2$

$a_1 = \dfrac{3\times1+2\times2}{5}$ $b_1 = \dfrac{2\times1+3\times2}{5}$

$a_1 = \dfrac{7}{5}$ $b_1 = \dfrac{8}{5}$

$a_2 = \dfrac{3\times\frac{7}{5}+2\times\frac{8}{5}}{5}$ $b_2 = \dfrac{2\times\frac{7}{5}+3\times\frac{8}{5}}{5}$

$a_2 = \dfrac{37}{25}$ $b_2 = \dfrac{38}{25}$

2. $S_{n+1} = a_{n+1} + b_{n+1}$

$= \dfrac{3a_n+2b_n}{5} + \dfrac{2a_n+3b_n}{5}$

$= \dfrac{5a_n+5b_n}{5}$

$= a_n + b_n$

$= S_n$

Donc (S_n) est constante

3. $S_n = a_0 + b_0$ Donc $a_n + b_n = 3$

$S_n = 1+2$ $b_n = 3 - a_n$

$S_n = 3$

exo 6

1. T: $y = f'(2)(x-2) + f(2)$

$f(2) = -0,25 \times 2^2 + 0,75 \times 2 + 2,5$

$= 3$

$f'(2) = ?$ $\quad \dfrac{f(2+h)-f(2)}{h} = \dfrac{-0,25(2+h)^2 + 0,75(2+h) + 2,5 - 3}{h}$

$= \dfrac{-0,25(4+4h+h^2) + 1,5 + 0,75h - 0,5}{h}$

$= \dfrac{-1 - h - 0,25h^2 + 1 + 0,75h}{h}$

$= \dfrac{-0,25h^2 - 0,25h}{h}$

$= -0,25h - 0,25$

$\lim\limits_{h \to 0} (-0,25h - 0,25) = -0,25$

Donc $f'(2) = -0,25$

Donc T: $y = -0,25(x-2) + 3$

$y = -0,25x + 0,5 + 3$

$y = -0,25x + 3,5$

2. Pour $x = -6$

$y = -0,25 \times (-6) + 3,5$

$y = 1,5 + 3,5$

$y = 5$ Donc $S(-6;5) \in T$

3. Posons $y = 0$

Donc $-0,25x + 3,5 = 0$

$-0,25x = -3,5$

$x = \dfrac{-3,5}{-0,25}$

$x = 14$

4. La longueur de l'ombre est: $14 - 5 = 9$