

**Interrogation de mathématiques n°4**

*Le sujet est composé de deux parties.  
La première de 20 min sans calculatrice et la deuxième de 1h15min avec la calculatrice.*

**Partie 1 – Sans calculatrice : 20 min**

**Exercice 1 – 5 points**

Compléter le tableau suivant :

Fonction	Dérivée
$f(x) = \frac{2}{3}x^3 - \frac{5x^2}{6} + \frac{3x}{4} + 1$	$f'(x) =$
$f(x) = 2\sqrt{x} - \frac{1}{x}$	$f'(x) =$
$f(x) = x\sqrt{x}$	$f'(x) =$
$f(x) = (3x + 7)^2$	$f'(x) =$
$f(x) = (x^2 + 1)(x^2 - 1)$	$f'(x) =$

**Partie 2 – Avec calculatrice : 1h15min**

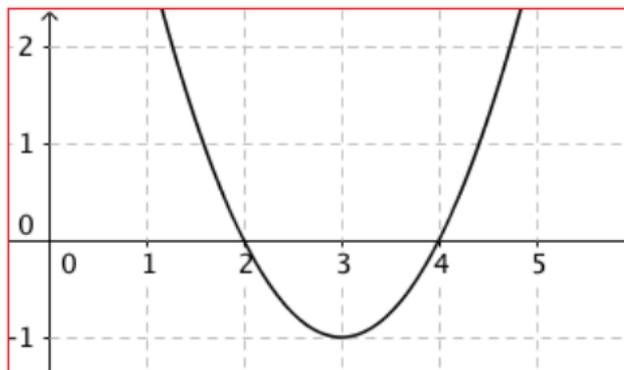
**Exercice 2 – 5 points**

Soit la fonction  $f$  définie sur  $\left[0; \frac{3}{2}\right]$  par :  $f(x) = x^3 - x^2 - x$ .

1. Déterminer  $f'(x)$ .
2. Résoudre  $f'(x) = 0$  puis en déduire le signe de  $f'(x)$  sur  $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ .
3. Dresser le tableau de variations de  $f$  sur  $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ . On donnera les valeurs de toutes les images.
4. En déduire un encadrement de  $f(x)$  sur  $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ .
5. Déterminer l'équation de la tangente  $T$  au point d'abscisse 1.

**Exercice 3 – 5 points**

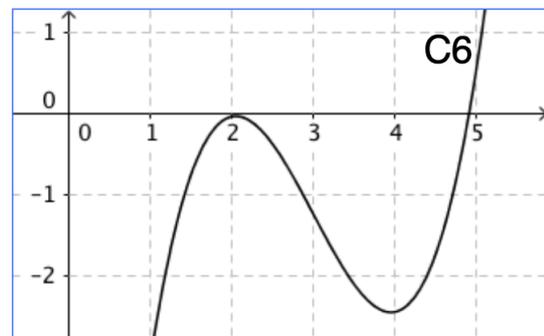
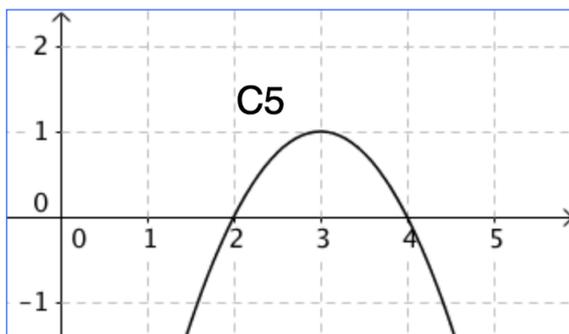
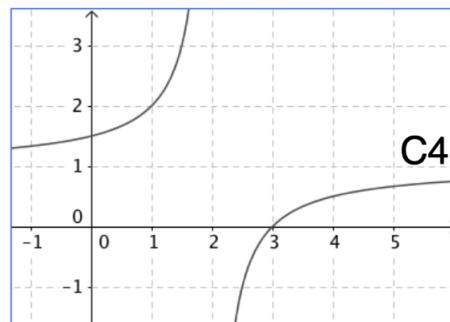
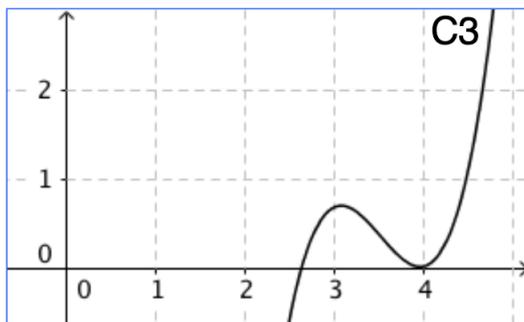
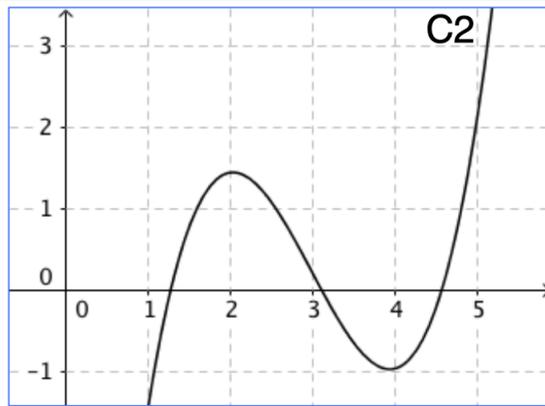
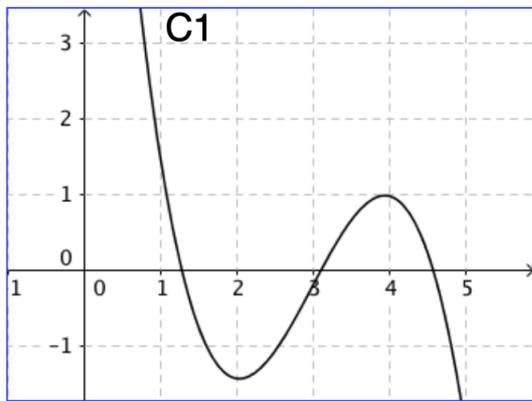
On ne connaît pas la représentation graphique de la fonction  $f$ . Cependant on a représenté ci-dessous sa fonction dérivée  $f'$ .



1. Recopier et compléter le tableau de signes de  $f'(x)$ .

$x$	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		0	0	

2. En déduire le tableau de variations de la fonction  $f$ .
3. Parmi les courbes suivantes, lesquelles pourraient être celles de la fonction  $f$  ?



4. On sait de plus que  $f(3) > 0$ . Quelle est alors la courbe représentant la fonction  $f$  ?

### Exercice 4 – 5 points

Une entreprise fabrique un engrais biologique. Chaque jour, le volume d'engrais fabriqué est compris entre  $5 \text{ m}^3$  et  $60 \text{ m}^3$ .

Le coût moyen quotidien de production de cet engrais, exprimé en centaines d'euros, est modélisé par la fonction  $f$  définie sur l'intervalle  $[5;60]$  par :

$$f(x) = \frac{x^2 - 15x + 400}{x}$$

où  $x$  est le volume quotidien d'engrais fabriqué, exprimé en  $\text{m}^3$ .

1. Déterminer le coût moyen quotidien pour la production de  $5 \text{ m}^3$  d'engrais.
2. Quels volumes d'engrais faut-il fabriquer pour avoir un coût moyen de production égal à 4 300 € (43 centaines d'euros) ?
3. Pour quel volume d'engrais fabriqué le coût moyen de production est-il minimal ? Déterminer ce coût moyen minimal.