Correction interro 7

exo 1

$A = (e^{-2x+4x-1})^2$

$A = (e^{2x-1})^2$

$A = e^{4x-2}$

$B = \dfrac{e^{2-x} \times e^{-x+1}}{(e^{3x+1})^2}$

$= \dfrac{e^{2-x-x+1}}{e^{6x+2}}$

$= e^{3-2x-6x-2}$

$= e^{1-8x}$

$C = (e^x + e^{-x})^2 - (e^x - e^{-x})^2$

$= e^{2x} + 2e^0 + e^{-2x} - (e^{2x} - 2e^0 + e^{-2x})$

$= e^{2x} + 2 + e^{-2x} - e^{2x} + 2 - e^{-2x}$

$= 4$

exo 2

1 a) $e^{x^2-5} = e^{4x}$

$\Leftrightarrow x^2 - 5 = 4x$

$\Leftrightarrow x^2 - 4x - 5 = 0$

$\Delta = 36$

$x_1 = -1$

$x_2 = 5$

$S = \{-1 ; 5\}$

b) $(e^x + 2)^2 = 4$

$\Leftrightarrow e^x + 2 = \sqrt{4}$ ou $e^x + 2 = -\sqrt{4}$

$\Leftrightarrow e^x + 2 = 2$ $\quad e^x + 2 = -2$

$\Leftrightarrow e^x = 0$ impossible $\quad e^x = -4$ impossible

$S = \emptyset$

c. $\dfrac{e^{2-x}}{e^{x+1}} \leq e^{5x-4}$

$\Leftrightarrow e^{2-x-x-1} \leq e^{5x-4}$

$\Leftrightarrow e^{1-2x} \leq e^{5x-4}$

$\Leftrightarrow 1 - 2x \leq 5x - 4$

$\Leftrightarrow 1 + 4 \leq 5x + 2x$

$\Leftrightarrow 5 \leq 7x$

$\Leftrightarrow \frac{5}{7} \leq x$ $\quad S = [\frac{5}{7} ; +\infty[$

d. $(e^x)^2 \leq e^{x^2}$

$\Leftrightarrow e^{2x} \leq e^{x^2}$

$\Leftrightarrow 2x \leq x^2$

$\Leftrightarrow 0 \leq x^2 - 2x$

$\Leftrightarrow 0 \leq x(x-2)$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
P		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S =]-\infty ; 0] \cup [2 ; +\infty[$

2. $e^x + 2 = \dfrac{3}{e^x}$

$\Leftrightarrow e^x(e^x + 2) = 3$

$\Leftrightarrow e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$

Posons $X = e^x$, on a :

$X^2 + 2X - 3 = 0$

$\Delta = 16$ $\quad X_1 = -3$ $\quad X_2 = 1$

$\Leftrightarrow e^x = -3 < 0$ impossible $\quad e^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$

$S = \{0\}$

exo 3

1. $f'(x) = 2e^{2x} + 6e^x - 8$

De plus : $2(e^x - 1)(e^x + 4) = 2(e^{2x} + 4e^x - e^x - 4)$

$= 2e^{2x} + 8e^x - 2e^x - 8$

$= 2e^{2x} + 6e^x - 8$

$= f'(x)$

2. Comme $2>0$ et $e^x+4>0$ alors $f'(x)$ est du signe de e^x-1.

Posons $e^x-1 \geq 0$ On a alors $f'(x) \geq 0$ pour $x \geq 0$

$\Leftrightarrow e^x \geq 1$

$\Leftrightarrow e^x \geq e^0$

$\Leftrightarrow x \geq 0$

3.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
f		$\searrow$	3	$\nearrow$	

4. Comme f admet $3>0$ comme minimum sur $\mathbb{R}$, alors $f(x)>0$.

5. Posons $f(x) = -8x-4$

$\Leftrightarrow e^{2x}+6e^x-8x-4 = -8x-4$

$\Leftrightarrow e^{2x}+6e^x = 0$

$\Leftrightarrow e^x(e^x+6) = 0$

Soit $e^x = 0$ imp. Soit $e^x+6=0$

$e^x = -6 < 0$ imp.

Donc $\mathcal{C}_f$ et D n'ont pas de pts d'intersection.

<u>exo 4.</u>

1. $f(0) = 1375e^{-0,075\times 0} + 25$

$= 1375 + 25$

$= 1400°C$ à la sortie du four.

2. $f'(x) = 1375 \times (-0,075)\, e^{-0,075t}$

$= -103,125\, e^{-0,075t} < 0$ car $e^{-0,075t} > 0$

Donc f est décroissante sur $[0;+\infty[$

Ce résultat est prévisible car la température des pièces baisse pour se rapprocher de la température ambiante à 25°C.

3. $f(10) = 1375e^{-0,075\times 10} + 25$

$\simeq 674,5° > 600$

Donc non modelables

$f(14) \simeq 506°$ Donc modelables.

4. a.

```
t = 0
temperature = 1400
while temperature >= 600
    t = t + 0,01
    temperature = f(t)
Return t
```

b. $t \simeq 11,6$ heures soit 11h 36min.