

Interrogation de mathématiques n°7

Exercice 1 – 4 points

Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \left(e^{-2x} \times e^{4x-1} \right)^2 \qquad B = \frac{e^{2-x} \times e^{-x+1}}{\left(e^{3x+1} \right)^2} \qquad C = \left(e^x + e^{-x} \right)^2 - \left(e^x - e^{-x} \right)^2$$

Exercice 2 – 4 points

1. Résoudre les équations et inéquations suivantes :

a. $e^{x^2-5} = e^{4x}$ b. $\left(e^x + 2 \right)^2 = 4$

c. $\frac{e^{2-x}}{e^{x+1}} \leq e^{5x-4}$ d. $\left(e^x \right)^2 \leq e^{x^2}$

2. En utilisant un changement de variable astucieux, résoudre l'équation $e^x + 2 = 3e^{-x}$.

Exercice 3 – 6 points

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = e^{2x} + 6e^x - 8x - 4.$$

Dans le plan rapporté à un repère orthogonal, on considère :

- * C_f la courbe représentative de la fonction f ;
- * D la droite d'équation $y = -8x - 4$.

1. Montrer que, pour tout réel x , $f'(x) = 2(e^x - 1)(e^x + 4)$.

2. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$.

3. Dresser le tableau de variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

4. En déduire le signe de $f(x)$ sur $\mathbb{R}$.

5. La courbe C_f et la droite D ont-elles un point commun ? Justifier.

Exercice 4 – 6 points

Une entreprise fabrique des pièces en acier, toutes identiques, pour l'industrie aéronautique. Ces pièces sont coulées dans des moules à la sortie du four. Elles sont stockées dans un entrepôt dont la température ambiante est maintenue à 25°.

Ces pièces peuvent être modelées dès que leur température devient inférieure ou égale à 600° et on peut les travailler tant que leur température reste supérieure ou égale à 500°.

On admet que la température en degré Celsius de ces pièces peut être modélisée par la fonction f définie sur $[0; +\infty[$ par :

$$f(t) = 1375e^{-0,075t} + 25,$$

Où t correspond au temps, exprimé en heures, mesuré après la sortie du four.

1. Calculer la température des pièces à la sortie du four.

2. Étudier le sens de variation de la fonction f sur l'intervalle $[0; +\infty[$.

Ce résultat était-il prévisible dans le contexte de l'exercice ?

3. Les pièces peuvent-elles être modelées 10 heures après la sortie du four ? Après 14 heures ?

4. On souhaite déterminer le temps minimum d'attente en heures après la sortie du four avant de pouvoir modeler les pièces.

a. Recopier et compléter l'algorithme donné ci-dessous pour qu'il renvoie ce temps minimum d'attente en heure (arrondi par excès à 0,1 près).

```
from math import *
def f(t):
    return 1375*exp(-0.075*t)+25
def seuil():
    t = ...
    temperature = ...
    while temperature >= .....:
        t = t + 0.01
        temperature = .....
    return t
```

b. Déterminer ce temps minimum d'attente à l'aide de cet algorithme.
On arrondira au dixième.