Correction de l'interrogation 2

exo 1

1B   2A   3C   4C

explications :

1. $\alpha = \frac{-b}{2a} = \frac{-3}{2\times 3} = -\frac{1}{2}$

$\beta = 3\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + 3\left(-\frac{1}{2}\right) + 1$

$\beta = \frac{1}{4}$

2 $\frac{x+1}{x-3} = \frac{x-3}{x+1} \iff (x+1)^2 = (x-3)^2$ avec $x \neq 3$, $x \neq -1$

$\iff x^2 + 2x + 1 = x^2 - 6x + 9$

$\iff 2x + 1 = -6x + 9$

$\iff 8x = 8$

$\iff x = 1$

3. $\frac{x}{x+1} = \frac{2x}{x-1} \iff x(x-1) = 2x(x+1)$ avec $x \neq -1$, $x \neq 1$

$\iff x^2 - x = 2x^2 + 2x$

$\iff 2x^2 + 2x - x^2 + x = 0$

$\iff x^2 + 3x = 0$

$\iff x(x+3) = 0$

$\iff x = 0$ ou $x + 3 = 0$

$x = -3$

4 $mx^2 + x - m = 0$

$\Delta = 1^2 - 4m(-m)$

$\Delta = 1 + 4m^2 > 0 \quad \forall m \in \mathbb{R}$

Donc 2 solutions

exo 2

les racines sont 1 et 3.

Donc $f(x) = a(x-1)(x-3)$

On a $f(2) = -3$

Donc $a(2-1)(2-3) = -3$

$a \times 1 \times (-1) = -3$

$-a = -3$

$a = 3$

Donc $f(x) = 3(x-1)(x-3)$

$= 3(x^2 - 3x - x + 3)$

$= 3x^2 - 12x + 9$

exo 3

exo 3

1. $\frac{2x}{1-x} = \frac{x+2}{x}$

$\iff 2x^2 = (1-x)(x+2)$ avec $x \neq 0$ et $x \neq 1$

$\iff 2x^2 = x + 2 - x^2 - 2x$

$\iff 3x^2 + x - 2 = 0$

$\Delta = 25$ $\quad x_1 = \frac{-1-5}{6} = -1$

$x_2 = \frac{-1+5}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

$S = \{-1 ; 2/3\}$

2. $(1-2x)(x^2-4x+3)=0$

Soit $1-2x=0$
$x=\frac{1}{2}$

Soit $x^2-4x+3=0$
$\Delta=(-4)^2-4\times1\times3$
$\Delta=4>0$
$x_1=\frac{4-2}{2}=1$ $\quad x_2=\frac{4+2}{2}=3$

$S=\{\frac{1}{2};1;3\}$

3. $x+\frac{1}{4x}=1 \iff \frac{4x^2+1}{4x}=1$

$\iff 4x^2+1=4x$ avec $x\neq0$

$\iff 4x^2-4x+1=0$

$\Delta=(-4)^2-4\times4\times1$

$\Delta=0$ il y a 1 solution

$x_0=\frac{-b}{2a}=\frac{4}{2\times4}=\frac{1}{2}$ $\quad S=\{\frac{1}{2}\}$

---

exo 4

1 $x^2-2x+7\leq 2x^2+x+3$

$0\leq x^2+3x-4$

$\Delta=3^2-4\times1\times(-4)$

$\Delta=9+16$

$\Delta=25$

$x_1=\frac{-3-5}{2}$ $\quad x_2=\frac{-3+5}{2}$

$x_1=-4$ $\quad x_2=1$

x	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
x^2+3x-4		+	0	−	0	+	

$S=]-\infty;-4]\cup[1;+\infty[$

2. $(4x^2+15x-1)(1-3x)>0$

Pour $4x^2+15x-1$
$\Delta=15^2-4\times4\times(-1)$
$\Delta=225+16$
$\Delta=241>0$

$x_1=\frac{-15-\sqrt{241}}{8}\approx-3{,}8$

$x_2=\frac{-15+\sqrt{241}}{8}\approx0{,}07$

Pour $1-3x=0$
$x=\frac{1}{3}\approx0{,}33$

x	$-\infty$		$\frac{-15-\sqrt{241}}{8}$		$\frac{-15+\sqrt{241}}{8}$		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
$4x^2+15x-1$		+	0	−	0	+		+	
$1-3x$		+		+		+	0	−	
Q		+	0	−	0	+	‖	−	

$S=]-\infty;\frac{-15-\sqrt{241}}{8}[\cup]\frac{-15+\sqrt{241}}{8};\frac{1}{3}[$

3. $x\geq\frac{2}{3x+1}$

$x-\frac{2}{3x+1}\geq0$

$\frac{x(3x+1)-2}{3x+1}\geq0$

$\frac{3x^2+x-2}{3x+1}\geq0$

Pour $3x^2+x-2=0$
$\Delta=1^2-4\times3\times(-2)$
$\Delta=25>0$
$x_1=\frac{-1-5}{6}$ $\quad x_2=\frac{-1+5}{6}$
$x_1=-1$ $\quad x_2=\frac{2}{3}$

Pour $3x+1=0$
$x=-\frac{1}{3}$

x	$-\infty$		-1		$-1/3$		$2/3$		$+\infty$
$3x^2+x-2$		+	0	−		−	0	+	
$3x+1$		−		−	0	+		+	
Q		−	0	+	‖	−	0	+	

$S=[-1;-\frac{1}{3}[\cup[\frac{2}{3};+\infty[$

ex 5

1. $x^2+5x-36=0$

$\Delta = 5^2-4\times1\times(-36)$

$\Delta = 25+144$

$\Delta = 169>0$

$x_1=\frac{-5-13}{2}$ $\quad x_2=\frac{-5+13}{2}$

$x_1=-9$ $\quad x_2=4$ $\quad S=\{-9;4\}$

2-a) $x^4+5x^2-36=0$

Posons $X=x^2$.

On a $X^2+5X-36=0$

$X_1=-9$ $\quad x^2=-9<0$ impossible

$X_2=4$ $\quad x^2=4 \Leftrightarrow x=2$ ou $x=-2$ $\quad S=\{-2;2\}$

b) $x+5\sqrt{x}-36=0$

Posons $X=\sqrt{x}$

On a $X^2+5X-36=0$

$X_1=-9$ $\quad \sqrt{x}=-9$ imp.

$X_2=4$ $\quad \sqrt{x}=4 \Leftrightarrow x=16$ $\quad S=\{16\}$

ex 6

1. $f(2)=3\times2^3+5\times2^2-16\times2-12$

$=24+20-32-12$

$=44-44$

$=0$

2 est bien une racine.

2. $f(x)=(x-2)(ax^2+bx+c)$

$= ax^3+bx^2+cx-2ax^2-2bx-2c$

$=ax^3+(b-2a)x^2+(c-2b)x-2c$

Par identification, on a :

$\begin{cases} a=3 \\ b-2a=5 \\ c-2b=-16 \\ -2c=-12 \end{cases}$ $\quad \begin{cases} a=3 \\ b=11 \\ c=6 \end{cases}$

Donc $f(x)=(x-2)(3x^2+11x+6)$

3. $\frac{x^2}{4x+3}=\frac{4}{3x+5}$

$\Leftrightarrow x^2(3x+5)=4(4x+3)$

$\Leftrightarrow 3x^3+5x^2=16x+12$

$\Leftrightarrow 3x^3+5x^2-16x-12=0$

$\Leftrightarrow (x-2)(3x^2+11x+6)=0$

Soit $x-2=0$

$x=2$

Soit $3x^2+11x+6=0$

$\Delta=11^2-4\times3\times6$

$\Delta=121-72$

$\Delta=49>0$

$x_1=\frac{-11-7}{6}$ $\quad x_2=\frac{-11+7}{6}$

$x_1=-3$ $\quad x_2=-2/3$

$S=\{-3;-\frac{2}{3};2\}$

exo7

Soit n et $n+1$ les 2 entiers consécutifs.

On a $n(n+1) = 3306$

$n^2 + n - 3306 = 0$

$\Delta = 1^2 - 4\times(-3306)$

$\Delta = 13225 > 0$

$n_1 = \frac{-1-115}{2}$ $\quad n_2 = \frac{-1+115}{2}$

$n_1 = -58$ $\quad n_2 = 57$

$n_1 + 1 = -57$ $\quad n_2 + 1 = 58$

Les entiers consécutifs sont $(-58; -57)$ et $(57; 58)$

---

exo8

1. Posons $x = -2$

$(-2)^2 + (1-m)(-2) - 2(m+1) = 4 - 2 + 2m - 2m - 2$
$= 0$

Donc -2 est bien solution $\forall m \in \mathbb{R}$.

2. $a = 1$ $\quad b = (1-m)$ $\quad c = -2(m+1)$

a)

$\Delta = (1-m)^2 - 4\times1\times(-2)(m+1)$

$\Delta = 1 - 2m + m^2 + 8(m+1)$

$\Delta = 1 - 2m + m^2 + 8m + 8$

$\Delta = m^2 + 6m + 9$

$\Delta = (m+3)^2$

b) Posons $\Delta = 0$

$\Leftrightarrow (m+3)^2 = 0$

$\Leftrightarrow m+3 = 0$

$\Leftrightarrow m = -3$

3. $\Delta = (m+3)^2$

$x_1 = \frac{-(1-m) - (m+3)}{2\times1}$ $\quad x_2 = \frac{-(1-m) + (m+3)}{2\times1}$

$x_1 = \frac{-1+m-m-3}{2}$ $\quad x_2 = \frac{-1+m+m+3}{2}$

$x_1 = \frac{-4}{2}$ $\quad x_2 = \frac{2m+2}{2}$

$\boxed{x_1 = -2}$ $\quad \boxed{x_2 = m+1}$

La solution qui dépend de m est $m+1$.

Autre méthode :

$x_1 \times x_2 = \frac{c}{a}$ $\quad x_1 = -2$

$c = -2(m+1)$

$a = 1$

Donc $-2x_2 = \frac{-2(m+1)}{1}$

$-2x_2 = -2(m+1)$

$\boxed{x_2 = m+1}$