Interrogation de mathématiques

Automatismes QCM : 2 points (15min)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, entourer la bonne réponse directement sur la feuille.

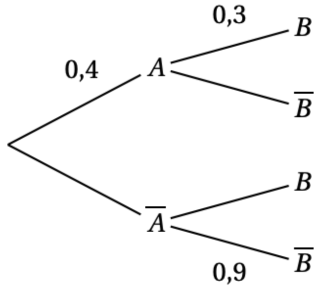
Question 1

Une réduction de 50 % suivi d'une augmentation de 50 % équivaut à :

A.	**B.**	**C.**	**D.**
Une réduction de 50 %	Une réduction de 25 %	Une augmentation de 25 %	Une augmentation de 75%

Question 2

On considère l'arbre de probabilité ci-dessous. On cherche la probabilité de l'évènement *B*.



On a :

A.	**B.**	**C.**	**D.**
$P(B)=0,18$	$P(B)=0,12$	$P(B)=0,66$	$P(B)=0,3$

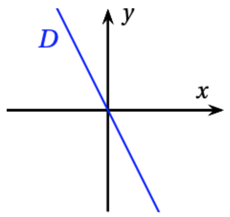
Question 3

On considère le nombre $N=\dfrac{10^7}{5^2}$. On a :

A.	**B.**	**C.**	**D.**
$N=2^5$	$N=20000$	$N=\dfrac{1}{10^5}$	$N=4\times10^5$

Question 4

On a représenté ci-dessous une droite *D*.



Parmi les quatre équations ci-dessous, la seule susceptible de représenter la droite *D* est :

A.	**B.**	**C.**	**D.**
$2x-y=0$	$2x+y+1=0$	$y=x^2-(x+1)^2+1$	$y=2x-1$

Exercice 1 – 3 points

On considère la suite arithmétique définie par $u_1 = -3$ et $u_8 = 32$.

1. Calculer la raison r de cette suite.

2. u_1 étant le premier terme de cette suite, donner l'expression du terme générale u_n en fonction de n.

3. Calculer u_{25}.

Exercice 2 – 2 points

On définit la suite (u_n) par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = 1,5u_n + n - 2 \end{cases}$

1. Calculer les premiers termes u_1, u_2 et u_3 en décrivant chaque étape des calculs.

2. Déterminer avec votre calculatrice la valeur exacte de u_{20} arrondi au dixième.

Exercice 3 – 3 points

Une entreprise décide de verser à ses ingénieurs une prime annuelle de 500 euros. Pour ne pas se dévaluer, il est prévu que chaque année la prime augmente de 2% par rapport à l'année précédente.

On note (u_n) la suite des primes avec $u_1 = 500$.

1. Calculer u_2 puis u_3 (c'est-à-dire la prime versée par l'entreprise la 2$^{\text{ème}}$ année et la 3$^{\text{ème}}$ année).

2. Exprimer u_{n+1} en fonction de u_n. En déduire la nature de la suite (u_n).

3. Un ingénieur compte rester 20 ans dans cette entreprise à partir du moment où est versée la prime.

a. Calculer la prime qu'il touchera la 20$^{\text{ème}}$ année.

b. Calculer la somme totale S des primes touchées sur les 20 années.

Exercice 4 – 3 points

Pour chacune des affirmations proposées, indiquer si elle est vraie ou fausse en justifiant votre réponse.

Soit la suite (u_n) définie pour tout entier naturel *n* par : $u_0 = 14$ et $u_{n+1} = 2u_n - 5$.

Soit la suite (t_n) définie pour tout entier naturel *n* par $t_n = u_n - 5$.

Affirmation 1 : La suite (t_n) est une suite géométrique.

Affirmation 2 : Pour tout entier naturel *n*, $u_n = 9 \times 2^n + 5$.

L'affirmation qui suit est indépendante des deux précédentes.

Affirmation 3 : Pour tout entier naturel *n* non nul, on a :

$$(8\times 1+3)+(8\times 2+3)+\ldots+(8\times n+3)=n(4n+7)$$

Exercice 5 – 3 points

Soit la suite (u_n) définie par $u_0 = 2$ et pour tout entier $n \geq 0$, $u_{n+1} = \dfrac{u_n}{u_n + 1}$.

On admet que $u_n \neq 0$ et on pose $v_n = \dfrac{1}{u_n}$.

1. Démontrer que la suite (v_n) est arithmétique et préciser sa raison et son premier terme.

2. Exprimer v_n en fonction de *n*. En déduire que $u_n = \dfrac{2}{1+2n}$.

Exercice 6 – 4 points

On considère les suites (u_n) et (v_n) définies par : $u_0 = 32$ et $v_0 = 18$, et pour tout entier *n* :

$$\begin{cases} u_{n+1} = 0,8u_n + 0,3v_n \\ v_{n+1} = 0,2u_n + 0,7v_n \end{cases}$$

1. Calculer u_1 et v_1.

On pose pour tout entier naturel *n*, $s_n = u_n + v_n$ *et* $t_n = -2u_n + 3v_n$.

2. Justifier par un calcul que la suite (s_n) est constante et donner cette constante.

3. Démontrer que la suite (t_n) est une suite géométrique. On précisera ces éléments caractéristiques.

4. Exprimer alors t_n en fonction de *n*.

5. Déduire de la question précédente les expressions de u_n et de v_n en fonction de *n*.