

Epreuve Anticipée de Mathématiques 3

Voie générale : candidats suivant l'enseignement de spécialité de mathématiques
Durée : 2 heures. L'usage de la calculatrice n'est pas autorisé.

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 points)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.

Question 1

L'expression $\frac{2^3 \times 9^3}{6^3}$ est égale à :

- a. 5^3 b. 27 c. 6^3 d. 6^{-3}

Question 2

Après une baisse de 25 %, un article coûte 57€. Quel était son prix avant cette baisse ?

- a. 71,25€ b. 14,25€ c. 76€ d. 70€

Question 3

Quelles est la forme développée de $(x - a)(x - b)(x - c) \dots (x - y)(x - z)$, a, b, \dots, z sont des réels.

- a. $x^{26} + p(x)$ où p est un polynôme de degré 25 b. impossible à trouver
c. 0 d. $x^{26} - a \times b \times \dots \times z$

Question 4

L'équation $(3 - x)^2 = x(3 - x)$ admet pour ensemble solution sur \mathbb{R} :

- a. $\left\{3; \frac{3}{2}\right\}$ b. 3 c. \emptyset d. $\left\{3; -\frac{3}{2}\right\}$

Question 5

Pour tout réel x , l'expression $(x - 2)^2 - (3 - x)^2$ est égale à :

- a. $2x^2 - 10x + 13$ b. $2x - 5$ c. $5 - 2x$ d. -13

Question 6

Le tiers du double du quart du triple de 18 est :

- a. 1 b. 2 c. 3 d. 9

Question 7

On lance deux pièces de monnaie bien équilibrées. Quelle est la probabilité d'obtenir deux faces différentes :

- a. $\frac{1}{4}$ b. $\frac{1}{3}$ c. $\frac{1}{2}$ d. $\frac{3}{4}$

Question 8

Multiplier une quantité par 0,81 revient à :

- a. augmenter la quantité de 19 % b. diminuer la quantité de 81 %
c. augmenter la quantité de 0,19 % d. diminuer la quantité de 19 %

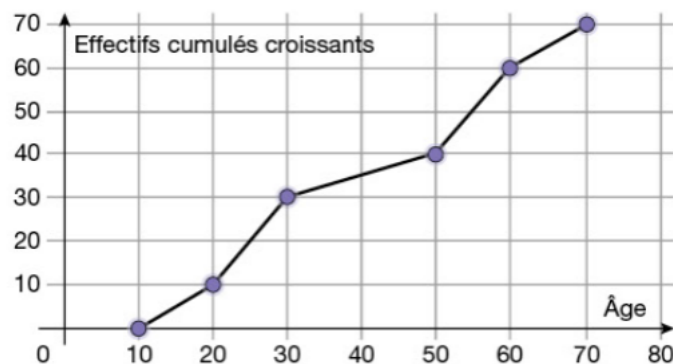
Question 9

Le coefficient directeur de la droite passant par $A(-1 ; -2)$ et $B(5 ; -5)$ est :

- a. 3 b. -3 c. 0,5 d. -0,5

Question 10

On considère une série statistique donnant l'âge des habitants d'un immeuble. La courbe ci-dessous est la courbe des effectifs cumulés croissants de cette série.



La médiane de cette série est alors :

- a. 30 b. 40 c. 50 d. 60

Question 11

On considère la série de la question précédente. Le nombre de personnes qui ont 50 ans est :

- a. 10 b. 20 c. 30 d. 40

Question 12

La taille de 10 élèves est : 152 – 163 – 155 – 159 – 179 – 170 – 174 – 171 – 165 – 164. Le troisième quartile est :

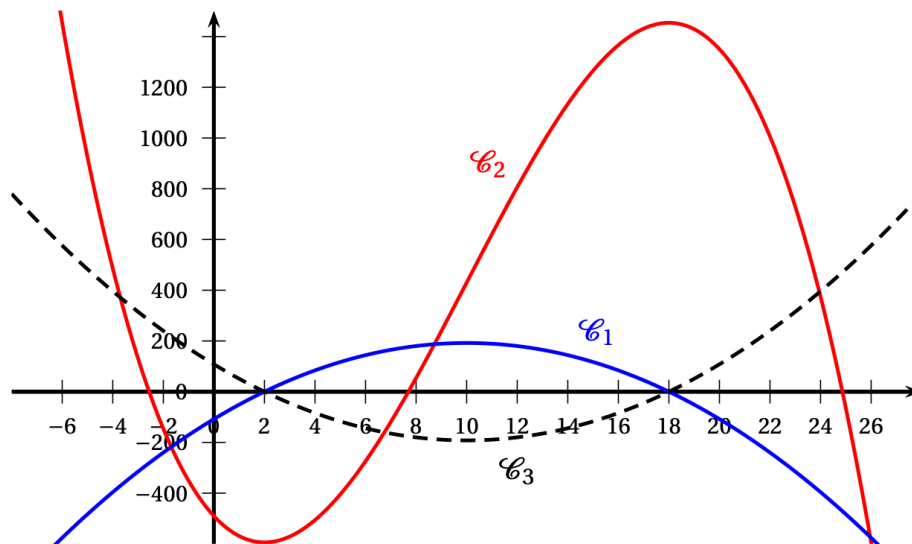
- a. 165 b. 170 c. 171 d. 174

DEUXIEME PARTIE : (14 points)

Exercice 1 : 4 points

Soit h la fonction définie sur $[0 ; 26]$ par $h(x) = -x^3 + 30x^2 - 108x - 490$.

1. Soit h' la fonction dérivée de h . Exprimer $h'(x)$ en fonction de x .
2. On note C la courbe représentative de h et C' celle de h' .
 - a. Identifier C et C' sur le graphique orthogonal ci-dessous parmi les trois courbes C_1 , C_2 et C_3 proposées.
 - b. Justifier le choix pour C' .



3. Soit (T) la tangente à C au point A d'abscisse 0. Déterminer son équation réduite.
4. Étudier le signe de $h'(x)$ puis dresser le tableau de variation de la fonction h sur $[0 ; 26]$.

Aide aux calculs : $\sqrt{2304} = 48$

Exercice 2 : 5 points

Une entreprise qui fabrique des aiguilles dispose de deux sites de production, le site A et le site B. Le site A produit les trois-quarts des aiguilles, le site B le reste.

Certaines aiguilles peuvent présenter un défaut.

Une étude de contrôle de qualité a révélé que :

- 2 % des aiguilles du site A sont défectueuses ;
- 4 % des aiguilles du site B sont défectueuses.

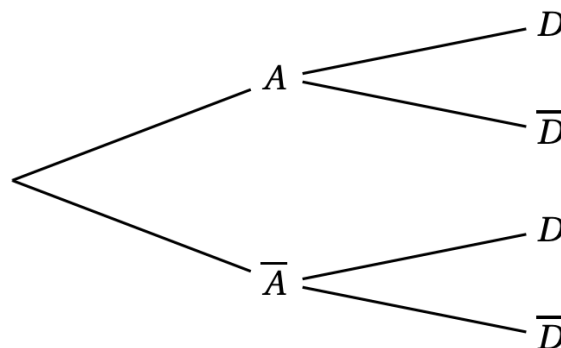
Les aiguilles provenant des deux sites sont mélangées et vendues ensemble par lots.

On choisit une aiguille au hasard dans un lot et on considère les événements suivants :

- A : l'aiguille provient du site A ;
- B : l'aiguille provient du site B ;
- D : l'aiguille présente un défaut.

L'évènement contraire de \bar{D} est noté D .

1. D'après les données de l'énoncé, donner la valeur de la probabilité de l'évènement A que l'on notera $P(A)$.
2. Recopier et compléter sur la copie l'arbre de probabilités ci- dessous en indiquant les probabilités sur les branches.



3. Quelle est la probabilité que l'aiguille ait un défaut et provienne du site A ?
4. Montrer que $P(D) = 0,025$.
5. Après inspection, l'aiguille choisie se révèle défectueuse. Quelle est la probabilité qu'elle ait été produite sur le site A ? On donnera le résultat sous forme de fraction irréductible.

Aide aux calculs

$$0,75 \times 0,02 = 0,015$$

$$0,75 \times 0,98 = 0,735$$

$$0,25 \times 0,04 = 0,01$$

$$0,25 \times 0,96 = 0,24$$

Exercice 3 : 4 points

Une collectivité locale octroie une subvention de 116 610 € pour le forage d'une nappe d'eau souterraine. Une entreprise estime que le forage du premier mètre coûte 130 € ; le forage du deuxième mètre coûte 52 € de plus que celui du premier mètre ; le forage du troisième mètre coûte 52 € de plus que celui du deuxième mètre, etc.

Plus généralement, le forage de chaque mètre supplémentaire coûte 52 € de plus que celui du mètre précédent.

Pour tout entier n supérieur ou égal à 1, on note u_n le coût du forage du n -ième mètre en euros et S_n le coût du forage de n mètres en euros ; ainsi $u_1 = 130$.

1. Calculer u_2 et u_3 .
2. Préciser la nature de la suite (u_n) . En déduire l'expression de u_n en fonction de n , pour tout n entier naturel non nul.
3. Calculer S_2 puis S_3 .
4. Afin de déterminer le nombre maximal de mètres que l'entreprise peut forer avec la subvention qui est octroyée, on considère la fonction Python suivante :

```
def nombre_metre(S) :
    C = 130
    n = 1
    while C < S :
        C = C + ...
        n = n + 1
    return n
```

Compléter cet algorithme de sorte que l'exécution de la fonction nombre_metre(S) renvoie le nombre maximal de mètres que l'entreprise peut forer avec la subvention octroyée.

Justifier votre réponse.

5. On admet que, pour tout entier naturel non nul, $S_n = 26n^2 + 104n$.
 - a. Montrer que résoudre $S_n > 116610$ équivaut à résoudre $(x - 65)(x + 69) > 0$.
 - b. En déduire la valeur de n que fournit la fonction Python donnée à la question 4. On expliquera la démarche utilisée.

Aide aux calculs

$$65 \times 69 = 4485$$

$$26 \times 4485 = 116610$$