

I. Résolution d'équations**1. Équation produit****Propriété**

Un produit de facteurs est nul si et seulement si au moins l'un de ses facteurs est nul.

Exemple

$$(2x + 3)(6 - 2x) = 0$$

$$\text{Soit } 2x + 3 = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = \frac{-3}{2}$$

$$\text{Soit } 6 - 2x = 0$$

$$-2x = -6$$

$$x = \frac{-6}{-2}$$

$$x = 3$$

$$\text{Donc } S = \left\{ \frac{-3}{2}; 3 \right\}$$

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes :

$$1. (3x - 1)(x + 2) - (1 - 2x)(3x - 1) = 0$$

$$2. 7x^2 - 3x = 0$$

$$3. 3x(x - 2) - x(5x + 1) = 0$$

$$4. x^2 - 9 - (2x + 5)(x + 3) = 0$$

2. Équation de la forme $x^2 = a$ **Propriété**

On considère l'équation $x^2 = a$ avec $a \in \mathbb{R}$.

- Si $a < 0$, l'équation n'a pas de solution.
- Si $a = 0$, l'équation a une seule solution, $x = 0$.
- Si $a > 0$, l'équation a deux solutions, $x = \sqrt{a}$ et $x = -\sqrt{a}$.

Exemples

Résoudre dans \mathbb{R} les équations :

$$x^2 = 49$$

$$x^2 = -16$$

$$(x - 2)^2 = 36$$

3. Équation quotient

Propriété

Un quotient est nul si et seulement si son numérateur est nul et son dénominateur n'est pas nul.

$$\frac{N(x)}{D(x)} = 0 \Leftrightarrow N(x) = 0, \text{ avec } D(x) \neq 0.$$

Exemple

$$\frac{3x-12}{x+2} = 0 \Leftrightarrow 3x-12 = 0 \Leftrightarrow x = 4.$$

On constate bien que pour $x = 4$, $x + 2 \neq 0$.

Exercice 2

Résoudre les équations suivantes :

$$1. \frac{3x+1}{x-3} = 0$$

$$2. \frac{(2-x)(3+2x)}{x-1} = 0$$

$$3. \frac{x^2-16}{x+4} = 0$$

$$4. 1 - \frac{x+4}{x-4} = \frac{3}{3-x}$$

II. Tableau de signes

1. Signe d'une fonction affine

Propriété

On considère la fonction affine f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = ax + b$.

On a alors :

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$ax+b$	Signe de $-a$	0	Signe de a

Méthode

1. On cherche le signe de $2x + 6$.

On pose $2x + 6 = 0 \Leftrightarrow x = -3$

Comme $2 > 0$, on a alors le tableau suivant :

x	$-\infty$	-3	$+\infty$
$+2x + 6$		$-$	$+$

2. On cherche le signe de $-3x + 12$.

On pose $-3x + 12 = 0 \Leftrightarrow x = 4$

Comme $-3 < 0$, on a alors le tableau suivant :

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$-3x + 12$		$+$	$-$

2. Signe d'un produit ou d'un quotient

Déterminer le tableau de signes d'un produit ou d'un quotient de fonctions affines revient à résumer le signe de chacune des fonctions affines dans un même tableau.

Exemple

1. Déterminer le tableau de signes de $(2x + 8)(-3x + 15)$.

2. Déterminer le tableau de signes de $\frac{3-x}{x+2}$.

Remarque

Ne pas oublier de marquer les valeurs interdites des quotients avec une double barre.

III. Résolution d'inéquations

Une inéquation est une inégalité qui contient une inconnue x .

Résoudre une inéquation, c'est trouver toutes les valeurs de x qui vérifient cette inégalité. On donne en général le résultat sous forme d'un ensemble de valeurs (intervalle ou union d'intervalles).

Méthode

1. Résoudre $2(x+3) \leq 3(7-x)$

2. Résoudre $(4x-24)(8-2x) > 0$

3. Résoudre $\frac{5+x}{x-4} \geq 0$

Exercice 3

Résoudre les équations suivantes :

1. $\frac{(x-2)(x+3)}{x-4} \geq 0$

2. $x-2 > \frac{1}{x-2}$

3. $\frac{(x+1)(2-x)}{(3-x)(x+4)} \leq 0$

4. $x \geq \frac{7x-4}{x+3}$