

Interrogation de mathématiques n°1

On s'intéresse à la gestion des déchets ménagers au sein d'une grande agglomération.

Grâce au développement du recyclage, les experts estiment que la quantité de déchets de l'agglomération à incinérer devrait diminuer de 5 % par an. Par ailleurs, suite à la signature d'un contrat, cette agglomération s'engage à partir du 1^{er} janvier 2020 à collecter et incinérer 12 000 tonnes de déchets supplémentaires par an provenant d'une commune voisine.

Durant l'année 2019, l'agglomération a incinéré 300 000 tonnes de déchets.

On admet que la situation peut être modélisée par une suite (u_n) dont le terme général u_n donne, pour tout entier naturel n , une estimation de la quantité (exprimée en millier de tonnes) de déchets incinérés durant l'année $2019 + n$. On a ainsi $u_0 = 300$.

Partie A

- Déterminer u_1 .
 - Justifier, pour tout entier naturel n , que $u_{n+1} = 0,95u_n + 12$.
- On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = u_n - 240$.
 - Montrer que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95 dont on précisera le premier terme v_0 .
 - Exprimer v_n en fonction de n pour tout entier naturel n .
 - En déduire, pour tout entier naturel n , que $u_n = 60 \times 0,95^n + 240$.
- Déterminer la limite de la suite (u_n) et interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Partie B

L'agglomération s'est fixé l'objectif d'une diminution de la quantité de déchets incinérés de 15 % d'ici 2039 par rapport à 2019.

- Justifier que cet objectif ne sera pas atteint si la diminution des déchets suit les prévisions des experts.
- Dans l'algorithme ci-dessous N est un nombre entier et U un nombre réel. Recopier et compléter l'algorithme afin que la variable N contienne, à la fin de l'exécution de l'algorithme, l'année à partir de laquelle la quantité de déchets incinérés aura diminué de 15 % par rapport à 2019.

$N \leftarrow 2019$
$U \leftarrow 300$
Tant que $U \dots$
$N \leftarrow N + 1$
$U \leftarrow \dots$
Fin Tant que

- En quelle année l'objectif sera-t-il atteint?