Interrogation de mathématiques

Exercice 1 ***4 points***

Dans un aéroport, les portiques de sécurité servent à détecter les objets métalliques que peuvent emporter les voyageurs.
On choisit au hasard un voyageur franchissant un portique.
On note :

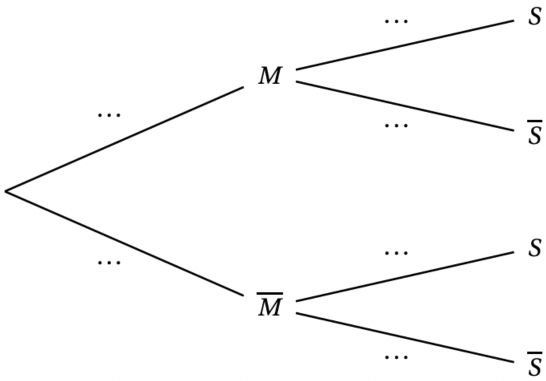
- S l'événement « le voyageur fait sonner le portique » ;
- M l'événement « le voyageur porte un objet métallique ».

On considère qu'un voyageur sur 500 porte sur lui un objet métallique.
On admet que :

- Lorsqu'un voyageur franchit le portique avec un objet métallique, la probabilité que le portique sonne est égale à 0,98
- Lorsqu'un voyageur franchit le portique sans objet métallique, la probabilité que le portique ne sonne pas est aussi égale à 0,98.

1. À l'aide des données de l'énoncé, préciser les valeurs de $P(M)$, $P_M(S)$ et $P_{\overline{M}}(\overline{S})$.

2. Recopier et compléter l'arbre pondéré ci-dessous illustrant cette situation.



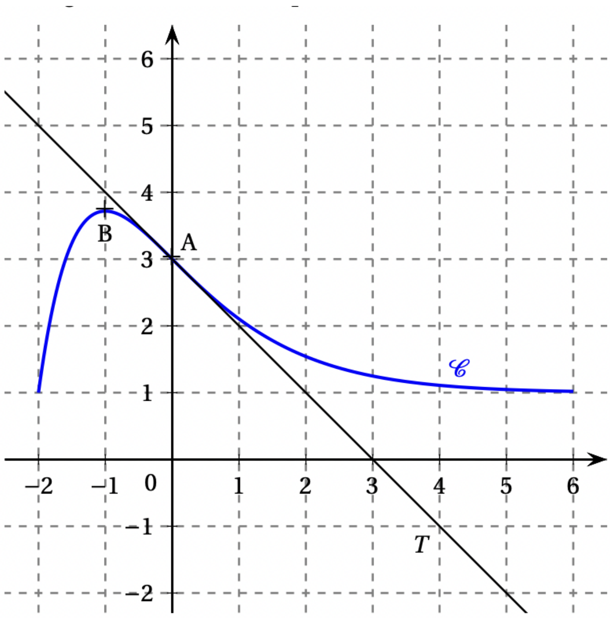
3. Calculer la probabilité que le voyageur porte un objet métallique et fasse sonner le portique.

4. Montrer que : $P(S) = 0,02192$.

5. En déduire la probabilité qu'un voyageur porte un objet métallique sachant qu'il a fait sonner le portique. On arrondira le résultat à 10^{-3}.

Exercice 2 ***6 points***

On considère la fonction *f* définie et dérivable sur $[-2;6]$ dont la courbe représentative *C* est donnée ci-dessous.
Le point *A* de coordonnées $(0;3)$ est l'unique point d'inflexion de la courbe *C* sur l'intervalle $[-2;6]$.
La droite *T* est la tangente à la courbe *C* au point *A*.
La courbe *C* admet une tangente horizontale au point *B* d'abscisse -1.



Partie A

En utilisant le graphique, répondre aux questions suivantes :
1. Déterminer $f(0)$.

2. Déterminer $f'(0)$. En déduire une équation de la tangente à la courbe *C* au point *A*.

3. Déterminer le signe de f' sur $[-2;6]$.

4. Donner la convexité de *f* sur $[-2;6]$.

Partie B

La fonction *f* est définie par $f(x)=(x+2)e^{-x}+1$ pour tout $x\in[-2;6]$.
1. Déterminer la valeur exacte de $f(6)$ puis en donner la valeur arrondie au centième.

2. Montrer que, pour tout $x\in[-2;6]$, $f'(x)=(-x-1)e^{-x}$.

3. Étudier le signe de $f'(x)$ sur $[-2;6]$ puis donner le tableau des variations de *f* sur $[-2;6]$.