

## Connexion de l'intégration 2.

exo 1

1.  $f(x) = (3x^2 + x)^5$  de la forme  $u^n$ .

$$(u^n)' = n u' u^{n-1}$$

avec  $n=5$

$$u = 3x^2 + x$$

$$u' = 6x + 1$$

Dmc  $f'(x) = 5(6x+1)(3x^2+x)^4$

2.  $f(x) = \frac{1}{e^{2x} + x}$  de la forme  $\frac{1}{u}$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = \frac{-u'}{u^2}$$

avec  $u = e^{2x} + x$ .

$$u' = 2e^{2x} + 1$$

Donc  $f'(x) = -\frac{2e^{2x} + 1}{(e^{2x} + x)^2}$

exo 2

1.  $u_0 = 2500$

$$u_1 = 2500 \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) + 100$$

$$u_1 = 2500 \times 0,9 + 100$$

$$u_1 = 2350$$

2. En 2020 on il y a un arbres.

\* On en coupe 10% :  $u_n \times \left(1 - \frac{10}{100}\right) = u_n \times 0,9$ .

\* On en plante 100 : Dmc  $u_{n+1} = 0,9u_n + 100$ .

3. a.  $u = 2500$

for i in range (30)

$$(2050 - 2020 = 30)$$

$$u = 0,9 * u + 100$$

print (u)

b.  $u_{30} = 1064$ . arbres en 2050.

3a. (I) pour  $n=0$ ,  $u_0 = 2500$ ;  $u_1 = 2350$

Dmc  $1000 \leq u_1 \leq u_0$ . vrai pour  $n=0$

(II) Supposons qu'il existe un  $n \in \mathbb{N}$  tq  $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$ .

$$\text{tg } 0 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1}$$

On a:  $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$

$$0 \times 0,9 + 100 \leq 0,9u_{n+1} + 100 \leq 0,9u_n + 100 \quad \text{car } 0,9 > 0$$

$$0 < 100 \leq u_{n+2} \leq u_{n+1} \quad \text{Dmc vrai pour } n+1$$

ccl:  $\forall n \in \mathbb{N}$  on a  $0 \leq u_{n+1} \leq u_n$

b.  $u_{m+1} \leq u_m$  donc  $(u_n)$  est décroissante.

$u_0 \leq u_m$  donc  $(u_n)$  est minorée.

cel:  $(u_n)$  est décroissante et minorée.  $(u_n)$  converge

$$u_{m+1} = u_m - 1000$$

$$v_{n+1} = 0,9u_n + 100 - 1000$$

$$v_{n+1} = 0,9u_n - 900$$

$$v_{n+1} = 0,9(u_n - 1000)$$

$$v_{n+1} = 0,9v_n$$

Dmc  $(v_n)$  est géométrique de raison 0,9.

Sm premier terme est:  $v_0 = u_0 - 1000$

$$v_0 = 2500 - 1000$$

$$v_0 = 1500$$

$$v_n = v_0 \cdot 0,9^n$$

$$v_n = 1500 \cdot 0,9^n$$

$$u_n - 1000 = 1500 \cdot 0,9^n$$

$$\text{Dmc } u_n = 1500 \cdot 0,9^n + 1000.$$

c.  $\lim_{n \rightarrow \infty} 0,9^n = 0$  car  $-1 \leq 0,9 < 1$

$$\text{Dmc } \lim_{n \rightarrow \infty} (u_n) = 1000$$

le nombre d'arbres va tendre vers 1000.

exercice

Balibert. 1. a.  $f(x) = \frac{1}{3}x^3$  2. d. convexe sur  $[-5; 5]$ .

Partie B.

$$1 a. f(x) = (x-5)e^{0,2x} + 5$$

$$\text{de la forme } (u \cdot v)' = u'v + v'u$$

$$\text{avec } u = x-5 \quad u' = 1$$

$$v = e^{0,2x} \quad v' = 0,2e^{0,2x}$$

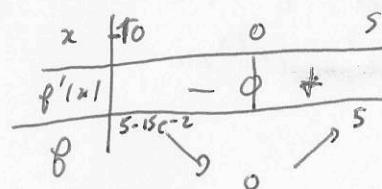
$$\text{Dmc } f'(x) = e^{0,2x} \cdot 1 + 0,2e^{0,2x}(x-5)$$

$$= e^{0,2x} (1 + 0,2(x-5))$$

$$= e^{0,2x} (1 + 0,2x - 1)$$

$$= 0,2x e^{0,2x}$$

b.  $0,2 > 0$  et  $e^{0,2x} > 0$  donc  $f'(x)$  a le signe de  $x$ .



c. le coefficient directeur de la tangente au pt d'abscisse

$-5$  est:

$$f'(-5) = 0,2 \times (-5) e^{0,2 \times (-5)}$$

$$= -1 e^{-1}$$

$$= -\frac{1}{e}$$

2. a. la logiciel donne :

$$f''(x) = \frac{1}{25}x e^{\frac{1}{5}x} + \frac{1}{5}e^{\frac{1}{5}x}$$

$$f''(x) = \left(\frac{1}{25}x + \frac{1}{5}\right)e^{\frac{1}{5}x}$$

$$\text{or } \frac{1}{5} = 0,2 \text{ et } \frac{1}{25} = 0,04.$$

Dmc  $f''(x) = (0,04x + 0,2)e^{0,2x}$

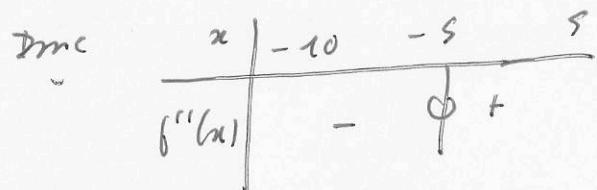
b.  $e^{0,2x} > 0$  Dmc  $f''(x)$  est du signe de  
 $0,04x + 0,2$ .

Posons  $0,04x + 0,2 = 0$

$$0,04x = -0,2$$

$$x = \frac{-0,2}{0,04}$$

$$x = -5$$



sur  $[-10; -5]$   $f''(x) \leq 0$  donc  $f$  est concave.

sur  $[-5; 5]$   $f''(x) \geq 0$  Dmc  $f$  est convexe