

Interrogation de mathématiques n°6**Exercice 1 – 2 points**

Calculer les intégrales suivantes à l'aide d'une intégration par parties :

$$I = \int_1^e \ln x \, dx \qquad J = \int_0^\pi x \cos x \, dx$$

Exercice 2 – 4 points

On définit la suite (u_n) pour tout entier naturel n , par $u_n = \int_0^1 \frac{x^n}{1+x} \, dx$.

1. Calculer $u_0 = \int_0^1 \frac{1}{1+x} \, dx$.

2. a. Démontrer que, pour tout entier naturel n , $u_{n+1} + u_n = \frac{1}{n+1}$.

b. En déduire la valeur exacte de u_1 .

Exercice 3 – 2 points

Un questionnaire à choix multiples, autorisant une seule réponse par question, comprend 15 questions. Pour chaque question, on propose 4 réponses possibles.

Combien y a-t-il de façons de répondre à ce QCM ?

Exercice 4 – 7 points

Un clavier de 12 touches permet de composer le code d'entrée d'un immeuble, à l'aide d'une lettre parmi A, B et C, et de 3 chiffres distincts ou non parmi les entiers de 1 à 9.

1. Combien de codes différents peut-on former ?

2. Combien de codes y a-t-il sans le chiffre 1 ?

3. Combien de codes y a-t-il comportant au moins une fois le chiffre 1 ?

4. Combien de codes y a-t-il comportant des chiffres distincts ?

5. Combien de codes y a-t-il comportant au moins deux chiffres identiques ?

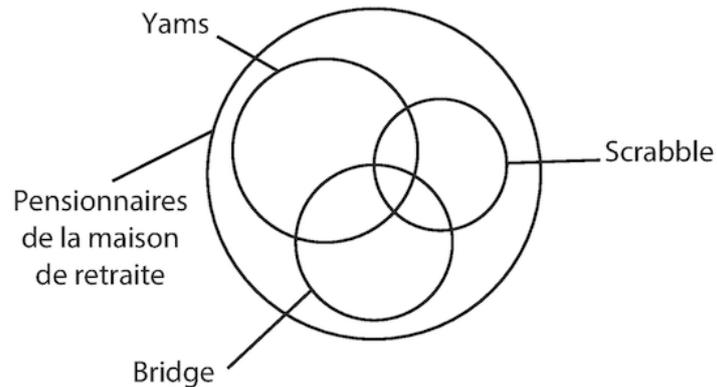
6. Combien de codes y a-t-il comportant des chiffres pairs ?

7. Combien de codes y a-t-il commençant par la lettre A et finissant par le chiffre 5 ?

Exercice 5 – 5 points

Dans une maison de retraite, 100 personnes âgées jouent à différents jeux de société. 34 préfèrent le Scrabble, 21 le Bridge et 26 le Yams. Par ailleurs, 10 jouent au Bridge et au Yams, 9 jouent au Yams et au Scrabble et 12 jouent au Bridge et au Scrabble. Sans oublier les 4 personnes qui jouent à tous les jeux.

1. Recopier et compléter le diagramme suivant.



2. En déduire le nombre de personnes qui ne jouent à aucun de ces jeux.

3. Déterminer le nombre de personnes qui ne jouent qu'à un seul jeu.

4. Déterminer le nombre de personnes qui jouent exactement à deux jeux.

5. Déterminer le nombre de personnes qui jouent à au moins un jeu.