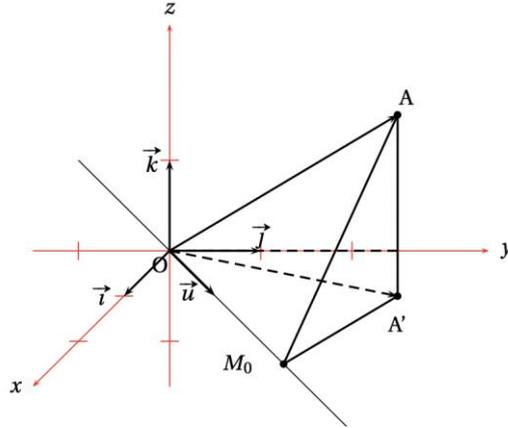


Interrogation de mathématiques n°5

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ on considère :

- le point A de coordonnées $(1; 3; 2)$;
- le vecteur \vec{u} de coordonnées $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$;
- la droite d passant par l'origine O du repère et admettant pour vecteur directeur \vec{u} .



Le but de cet exercice est de déterminer le point de d le plus proche du point A et d'étudier quelques propriétés de ce point.

On pourra s'appuyer sur la figure ci-contre pour raisonner au fur et à mesure des questions.

1. Déterminer une représentation paramétrique de la droite d .
2. Soit t un nombre réel quelconque, et M un point de la droite d , le point M ayant pour coordonnées $(t; t; 0)$.
 - a. On note AM la distance entre les points A et M . Démontrer que : $AM^2 = 2t^2 - 8t + 14$.
 - b. Démontrer que le point M_0 de coordonnées $(2; 2; 0)$ est le point de la droite d pour lequel la distance AM est minimale.
On admettra que la distance AM est minimale lorsque son carré AM^2 est minimal.
3. Démontrer que les droites (AM_0) et d sont orthogonales.
4. On appelle A' le projeté orthogonal du point A sur le plan d'équation cartésienne $z = 0$. Le point A' admet donc pour coordonnées $(1; 3; 0)$.
Démontrer que le point M_0 est le point du plan $(AA'M_0)$ le plus proche du point O , origine du repère.
5. Calculer le volume de la pyramide $OM_0A'A$.

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par : $V = \frac{1}{3} Bh$, où B est l'aire d'une base et h est la hauteur de la pyramide correspondant à cette base.