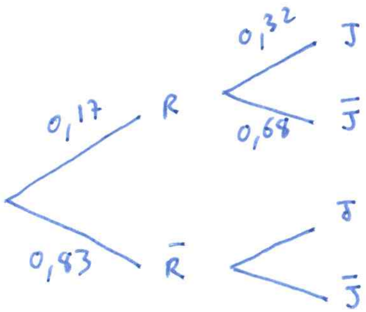
Correction interrogation 4

exo 1

(A)

1.



2. $P(R\cap J) = P(R)\times P_R(J)$

$= 0,17\times 0,32$

$= 0,0544$

3. $P(J) = P(R\cap J) + P(\bar{R}\cap J)$

$P(\bar{R}\cap J) = P(J) - P(R\cap J)$

$= 0,11 - 0,0544$

$= 0,056$ à 10^{-3} près.

4. $P_{\bar{R}}(J) = \dfrac{P(\bar{R}\cap J)}{P(\bar{R})}$

$= \dfrac{0,056}{0,83}$

$\simeq 0,067$ soit 6,7 % (Proportion)

(B)

1. X suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0,17$ car on interroge les personnes de manière identique et indépendante.

2. $P(X=5) \simeq 0,069$.

3. Le directeur affirme que $P(X<13)\geqslant 0,95$.

or $P(X<13) = P(X\leqslant 12) \simeq 0,929 < 0,95$.

cette affirmation est fausse.

4. $E(X) = np$

$= 50\times 0,17$

$= 8,5$

Donc en moyenne 8,5 personnes utilisent le transport en commun parmi les 50 personnes interrogées

exo 2

(A)

1. $p(x) = x^3 - 3x^2 + 5x + 1$

$p'(x) = 3x^2 - 6x + 5$

$\Delta = -24 < 0$ Donc $p'(x)$ est du signe de $3>0$.

On a $p'(x) > 0$.

Donc p est st. croissante sur $[-3;4]$.

2. p est continue et strictement croissante sur $[-3;4]$.

$p(-3) = -68 < 0$

$p(4) = 37 > 0$; $0 \in]-68;37[$

D'après le TVI l'éq. $p(x)=0$ admet une unique solution $\alpha \in]-3;4[$.

3. D'après la calculatrice $\alpha \simeq -0,2$.

4.

x	-3		α		4
$p(x)$		$-$	0	$+$	

Ⓑ

1 a. $f'(x) = \dfrac{e^x(1+x^2) - 2xe^x}{(1+x^2)^2}$

$= \dfrac{e^x(x^2-2x+1)}{(1+x^2)^2}$

$= \dfrac{e^x(x-1)^2}{(1+x^2)^2}$

b. Posons $f'(x)=0$

$\dfrac{e^x(x-1)^2}{(1+x)^2} = 0 \iff (x-1)^2 = 0$ car $e^x \neq 0$

$\iff x-1=0$

$\iff x=1$

Donc $\mathcal{C}_f$ admet une tangente horizontale en $x=1$.

2. a Il semble que la courbe soit : - convexe sur $[-3;0]$

- concave sur $[0;1]$

- convexe sur $[1;4]$

Donc $\mathcal{C}_f$ semble admettre 2 points d'inflexion, en $x=0$ et $x=1$

Le toboggan semble donc assurer de bonnes sensations

b. $(1+x^2)^3 > 0$

$e^x > 0$

Donc $f''(x)$ est du signe de $p(x)(x-1)$

x	-3		α		1		4
$p(x)$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-1$		$-$		$-$	0	$+$	
$p(x)(x-1)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Donc $f''(x)$ s'annule en α et en 1 en changeant de signe.

Donc $\mathcal{C}_f$ admet 2 pts d'inflexion.

Le toboggan assure donc de bonnes sensations.

exo 3

1 vraie $\quad 1 - \dfrac{1-e^x}{1+e^x} = \dfrac{1+e^x}{1+e^x} - \dfrac{1-e^x}{1+e^x} = \dfrac{2e^x}{1+e^x} = \dfrac{2e^x}{e^x(\frac{1}{e^x}+1)} = \dfrac{2}{1+e^{-x}}$

2 vraie $\quad g(x) = \dfrac{1}{2} \iff \dfrac{e^x}{e^x+1} = \dfrac{1}{2} \iff 2e^x = e^x+1$

$\iff e^x = 1$

$\iff x=0$

3. vraie

Pour que l'axe des abscisses soit tangent à $\mathcal{C}_f$, il faut que $f'(a)=0$ et $f(a)=0$ (en effet $y = f'(a)(x-a)+f(a)$)

$f(x) = x^2e^{-x}$

$f'(x) = 2xe^{-x} - x^2e^{-x}$

$= e^{-x}(2x-x^2)$

Posons $f(x)=0 \iff x^2=0$ car $e^{-x} \neq 0$

$\iff x=0$

et $f'(x)=0 \iff (2x-x^2)e^{-x}=0 \iff 2x-x^2=0 \iff x(2-x)=0$

$x=0$ ou $x=2$

Donc en $x=0$.

Il n'existe qu'un seul point où l'axe des abscisses est tangent à $\mathcal{C}_f$.

4. Fausse

$h(x) = e^x(1-x^2)$

$h'(x) = e^x(1-x^2) - 2xe^x$

$= e^x(1-2x-x^2)$

$h''(x) = e^x(1-2x-x^2) + (-2-2x)e^x$

$= e^x(1-2x-x^2-2-2x)$

$= e^x(-1-4x-x^2)$

Posons $h''(x)=0 \Leftrightarrow -x^2-4x-1=0$ car $e^x \neq 0$

$\Delta = (-4)^2 - 4\times(-1)(-1)$

$\Delta = 16-4$

$\Delta = 12$

$x_1 = \frac{4-\sqrt{12}}{-2}$

$x_1 = -2+\sqrt{3}$ ou $x_2 = -2-\sqrt{3}$

x	$-\infty$		$-2-\sqrt{3}$		$-2+\sqrt{3}$		$+\infty$
$h''(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

$h''(x)$ s'annule 2 fois en changeant de signe en $-2-\sqrt{3}$ et en $-2+\sqrt{3}$.

Donc $\mathcal{C}_h$ admet 2 points d'inflexion.

5. Fausse

$$\frac{e^x}{e^x+x} = \frac{e^x \times 1}{e^x\left(1+\frac{x}{e^x}\right)} = \frac{1}{1+\frac{x}{e^x}}$$

or $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x}{e^x} = 0$ Donc $\lim \frac{1}{1+\frac{x}{e^x}} = 1$

6 vraie

$1+e^{2x} \geq 2e^x \Leftrightarrow e^{2x} - 2e^x + 1 \geq 0$

$\Leftrightarrow (e^x-1)^2 \geq 0$

Ex 4

$E(X) = np$

$V(X) = np(1-p)$

Donc $V(X) = E(X)(1-p)$

$\Leftrightarrow 27{,}648 = 43{,}2\ (1-p)$

$\Leftrightarrow 1-p = \frac{27{,}648}{43{,}2}$

$\Leftrightarrow 1-p = 0{,}64$

Donc $p = 1-0{,}64$

$p = 0{,}36$

$E(X) = np$

$\Leftrightarrow 43{,}2 = n\times 0{,}36$

$\Leftrightarrow n = \frac{43{,}2}{0{,}36}$

$\Leftrightarrow n = 120$