

Conexion interro 1

exo 1

$$1. \quad 3^n - 2^n = 3^n \left(1 - \frac{2^n}{3^n}\right)$$

$$= 3^n \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right)$$

$$\text{or } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2}{3}\right)^n = 0 \text{ car } -1 < \frac{2}{3} < 1$$

$$\text{Dm } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \left(\frac{2}{3}\right)^n\right) = 1$$

$$\text{De } \lim_{n \rightarrow \infty} 3^n = +\infty \text{ car } 3 > 1 \quad \left. \begin{array}{l} \text{Par produit de limites} \\ \lim_{n \rightarrow \infty} (3^n - 2^n) = +\infty \end{array} \right\}$$

$$2. \quad -1 \leq \cos n \leq 1$$

$$n-1 \leq n + \cos n \leq n+1$$

$$\frac{n-1}{n^2} \leq \frac{n + \cos n}{n^2} \leq \frac{n+1}{n^2}$$

$$\text{or } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n-1}{n^2} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1-1/n}{n} = 0 \text{ car } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} = 0 \text{ et } \lim_{n \rightarrow \infty} n = +\infty$$

$$\text{De m } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n+1}{n^2} = 0$$

$$\text{A l'aide des theoremes des gendarmes } \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n + \cos n}{n^2} = 0$$

exo 2

1C 2B 3D

explications:

$$1. \quad \frac{1+2^n}{3+5^n} = \frac{2^n}{5^n} \times \frac{\frac{1}{2^n} + 1}{\frac{3}{5^n} + 1} = \left(\frac{2}{5}\right)^n \frac{\frac{1}{2^n} + 1}{\frac{3}{5^n} + 1} \xrightarrow[n \rightarrow \infty]{\substack{\frac{1}{2^n} \rightarrow 0 \\ \frac{3}{5^n} \rightarrow 0}} \rightarrow 0$$

2. évident

3. (un) est bornée par 1 suite qui tend vers 1 et 1 suite qui tend vers 2. Elle peut ne pas converger comme le cosinus ou tendre vers 1 nombre quelconque compris entre 1 et 2.

exo 3

$$1. \quad u_1 = 0,008 \times 40 (200 - 40)$$

$u_1 \approx 51,2$ soit environ 51 oiseaux en 2022.

$$2. \quad f(x) = x$$

$$0,008x(200-x) = x$$

$$0,008x(200-x) - x = 0$$

$$x(0,008(200-x) - 1) = 0$$

$$x(1,6 - 0,008x - 1) = 0$$

$$x(0,6 - 0,008x) = 0$$

$$\text{Soit } x = 0$$

$$\text{soit } 0,6 - 0,008x = 0$$

$$x = \frac{0,6}{0,008}$$

$$x = 75$$

$$3. \quad f'(x) = 0,008(200-x) - 0,008x \quad (u'v + v'u)$$

$$= 1,6 - 0,008x - 0,008x$$

$$= 1,6 - 0,016x$$

$$\text{Posons } f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1,6 - 0,016x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{-1,6}{-0,016} = 100$$

$$\text{Dm } \begin{array}{c|ccc} x & -\infty & 100 & +\infty \\ \hline 1,6 - 0,016x & + & 0 & - \end{array}$$

$$\text{Dm } \text{on a } \begin{array}{c|cc} x & 0 & 100 \\ \hline f''(x) & & + \\ \hline f & 0 & \nearrow 80 \end{array}$$

b. Pq $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 100$

(I) $u_0 = 40$ Dnc on a $0 \leq u_0 \leq u_1 \leq 100$
 $u_1 = 52,2$ vraie par $n=0$

(II) supposons qu'il existe un entier n tq $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 100$.
Pq $0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 100$

On a $0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 100$

$f(0) \leq f(u_n) \leq f(u_{n+1}) \leq f(100)$ car $f \nearrow$ sur $[0, 100]$

$0 \leq u_{n+1} \leq u_{n+2} \leq 80 < 100$

cl: $\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 100$.

c. $u_n \leq u_{n+1}$ Dnc $(u_n) \nearrow$
 $u_n \leq 100$ Dnc (u_n) majorée } Dnc (u_n) converge.

d. l vérifie l'équation $f(x) = x$ qui a pour solution

$x=0$ et $x=75$.

$x=0$ ne convient pas car $u_0 = 40$ et $(u_n) \nearrow$.

Dnc $l = 75$.

h.a. $S(100)$ ne renvoie aucune valeur car la limite de (u_n) vaut 100.

b. $n=6$ Dnc l'année est $2021+6 = 2027$