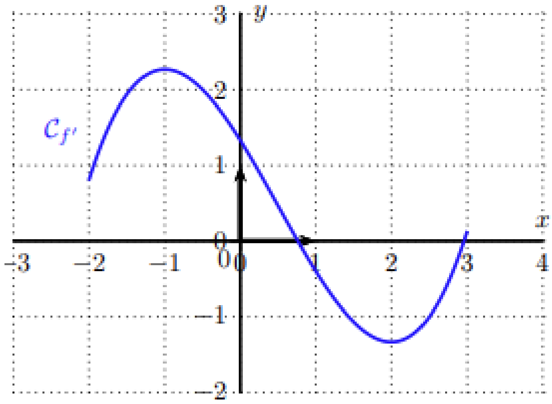
Interrogation de mathématiques n°3

Exercice 1 – 3 points

On considère une fonction *f*, définie et dérivable sur $[-2;3]$ et dont la dérivée f' est représentée ci-dessous :

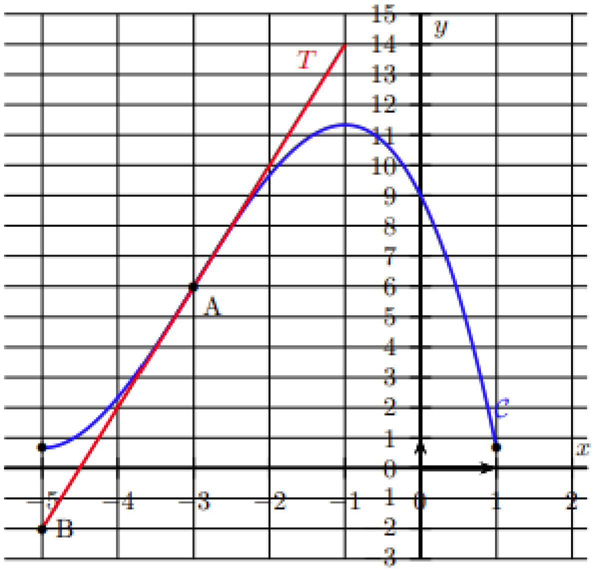


Déterminer la convexité de *f* et préciser les abscisses des éventuels points d'inflexion de sa courbe.

Exercice 2 – 4 points

Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Pour chaque question posée, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Recopier sur la copie le numéro de la question et indiquer la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

On a représenté dans le repère orthogonal ci-dessous la courbe représentative *C* d'une fonction *f* définie et deux fois dérivable sur l'intervalle $[-5;1]$. La droite *T* est la tangente à la courbe *C* au point $A(-3;6)$ et passe par le point $B(-5;-2)$. Le point *A* est l'unique point d'inflexion de la courbe *C* sur $[-5;1]$.



1. On note f' la fonction dérivée de la fonction *f*. Alors :

a. $f'(-3)=6$ **b.** $f'(-3)=4$ **c.** $f'(-3)=\frac{1}{4}$ **d.** $f'(-3)=\frac{1}{6}$

2. On note f'' la fonction dérivée seconde de la fonction *f*. Alors :

a. $f''(-3)=6$ **b.** $f''(-3)=4$ **c.** $f''(-3)=0$ **d.** $f''(-3)=\frac{1}{4}$

3. La fonction *f* est :

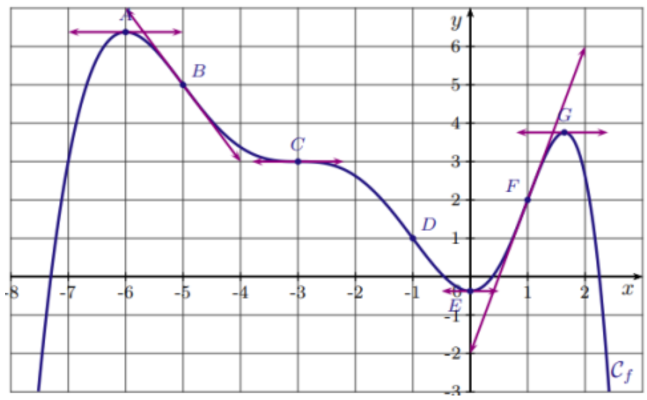
a. convexe sur $[-5;-1]$ **b.** concave sur $[-5;1]$
c. convexe sur $[-5;-3]$ **d.** convexe sur $[-3;1]$

4. La fonction dérivée de *f* est :

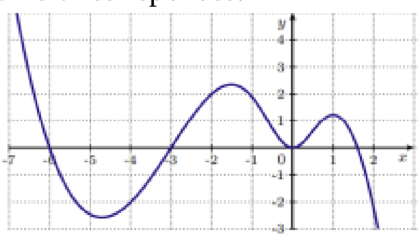
a. décroissante sur $[-3;-1]$ **b.** croissante sur $[-3;-1]$
c. croissante sur $[-1;1]$ **d.** croissante sur $[-5;-1]$

Exercice 3 – 4 points

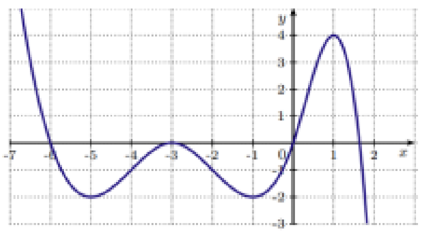
Sur le graphique ci-dessous, on a tracé la courbe représentative C_f d'une fonction *f* définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.



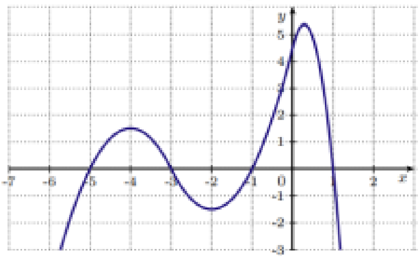
Une des quatre courbes C_1, C_2, C_4 et C_4 ci-dessous est la courbe représentative de la dérivée f' et une autre la courbe représentative de la dérivée seconde f''.
Déterminer la courbe qui représente la dérivée f' et celle qui représente la dérivée seconde f''. On justifiera les réponses.



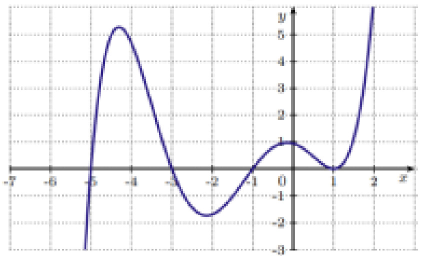
Courbe $\mathcal{C}_1$



Courbe $\mathcal{C}_2$



Courbe $\mathcal{C}_3$



Courbe $\mathcal{C}_4$

Exercice 4 – 9 points

On considère la fonction *f* définie sur l'intervalle $]-\infty;1[$ par :

$$f(x)=\frac{e^x}{x-1}$$

On admet que la fonction *f* est dérivable sur l'intervalle $]-\infty;1[$.

On appelle C_f sa courbe représentative dans un repère.

1. **a.** Déterminer la limite de *f* en 1.

b. Interpréter ce résultat.

2. **a.** Déterminer la limite de *f* en $-\infty$.

b. Interpréter ce résultat.

3. **a.** Montrer que, pour tout réel *x* de l'intervalle $]-\infty;1[$, on a :

$$f'(x)=\frac{(x-2)e^x}{(x-1)^2}$$

b. Dresser le tableau de variation de la fonction *f* sur l'intervalle $]-\infty;1[$.

4. On admet que pour tout réel *x* de l'intervalle $]-\infty;1[$, on a :

$$f''(x)=\frac{(x^2-4x+5)e^x}{(x-1)^3}$$

a. Etudier la convexité de la fonction *f* sur l'intervalle $]-\infty;1[$.

b. Déterminer l'équation réduite de la tangente *T* à la courbe C_f au point d'abscisse 0.

c. En déduire que, pour tout réel *x* de l'intervalle $]-\infty;1[$, on a :

$$e^x\geq(-2x-1)(x-1)$$