

Conclusion DST 3

exo 1

Sur $[-2; -1]$ f' est $\nearrow$ donc f est convexe.

Sur $[-1; 2]$ f' est $\searrow$ donc f est concave.

Sur $[2; 3]$ f' est $\nearrow$ donc f est convexe.

Les pts d'inflexion ont pour abscisses $x = -1$ et $x = 2$

exo 2

1b 2c 3c 4a

exo 3

6na

x	$-\infty$	-6	0	$1, +$	$+\infty$
f		$\nearrow$	$\searrow$	$\nearrow$	$\searrow$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$	$-$

f' correspond à $\mathcal{L}_2$

6na

x	$-\infty$	-5	-3	-1	1	$+\infty$
f	concave	convexe	concave	convexe	concave	
$f''(x)$	$-$	0	$+$	$-$	$+$	$-$

f'' correspond à $\mathcal{L}_3$

exo 4

1a. $\lim_{x \rightarrow 1} e^x = e > 0$

$\lim_{x \rightarrow 1} (x-1) = 0$

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x-1$	$-$	0	$+$

Donc $\lim_{\substack{x \rightarrow 1 \\ x < 1}} f(x) = -\infty$

b. f admet une asymptote verticale d'eq. $x = 1$

2a. $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^{-x} = 0$

$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x-1) = -\infty$

Par quotient de limites on a:

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$

b. f admet une asymptote horizontale d'eq. $y = 0$ en $-\infty$.

3a $f'(x) = \frac{e^x(x-1) - e^x}{(x-1)^2}$
 $= \frac{e^x(x-2)}{(x-1)^2}$

b) $e^x > 0$ et $(x-1)^2 > 0$ donc $f'(x)$ est du signe de $x-2$

Posons $x-2 = 0$
 $\Leftrightarrow x = 2$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$

Donc sur $]-\infty; 1[$ $f'(x) < 0$

x	$-\infty$	1
$f'(x)$	0	
f		$-\infty$

4a $e^x > 0$

Pour $x^2 - 4x + 5$

$$\Delta = (-4)^2 - 4 \times 1 \times 5$$

$$= 16 - 20$$

$$= -4 < 0 \quad \text{Dmc } x^2 - 4x + 5 > 0 \quad \text{car } a > 0$$

6a alors

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$x^2 - 4x + 5$	+	+	+
$x - 1$	-	0	+
Q	-		+

Dmc

sur $] -\infty; 1[$ $f''(x) < 0$ Dmc f est concave.

b. $y = f'(0)(x-0) + f(0)$

$$f(0) = \frac{e^0}{0-1} = -1$$

$$f'(0) = \frac{(0-2)e^0}{(0-1)^2} = -2$$

T: $y = -2x - 1$

c. Comme f est concave sur $] -\infty; 1[$ alors
 f est au dessus de ses tangentes, en particulier
 T.

Dmc $f(x) \leq -2x - 1$

$$\Rightarrow \frac{e^x}{x-1} \leq -2x-1$$

$$e^x \geq (-2x-1)(x-1) \quad \text{car } x-1 < 0 \text{ sur }]-\infty; 1[.$$