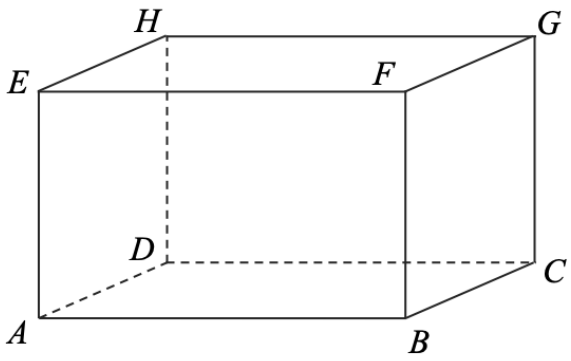
11 : Vecteurs de l’espace

Exercice 1

En utilisant uniquement les points de la figure, compléter les égalités vectorielles suivantes.

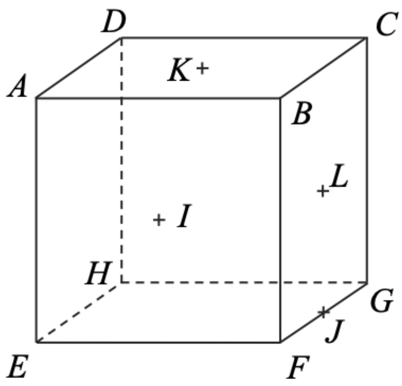


$\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{HE}=\ldots$ $\quad$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\ldots$ $\quad$ $\overrightarrow{GH}+\overrightarrow{EH}=\ldots$

$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}=\ldots$ $\quad$ $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CG}=\ldots$ $\quad$ $\overrightarrow{EF}-\overrightarrow{BF}=\ldots$

Exercice 2

ABCDEFGH est un cube, *K* est le centre de la face *ABCD* et *L* celui de la face *BCFG*.



Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

1. Les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{BG}$ sont égaux.

2. Les vecteurs $\overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{DG}$ sont égaux.

3. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{EH}+\overrightarrow{BF}$

4. Les vecteurs $\overrightarrow{KL}$ et $\overrightarrow{AF}$ sont colinéaires.

5. Les vecteurs $\overrightarrow{DB}$ et $\overrightarrow{DG}$ ont la même norme.

6. $\left(G;\overrightarrow{DB},\overrightarrow{DC}\right)$ est un repère du plan (EFG).

7. Le vecteur $\overrightarrow{HL}$ s’écrit comme combinaison linéaire des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AH}$.

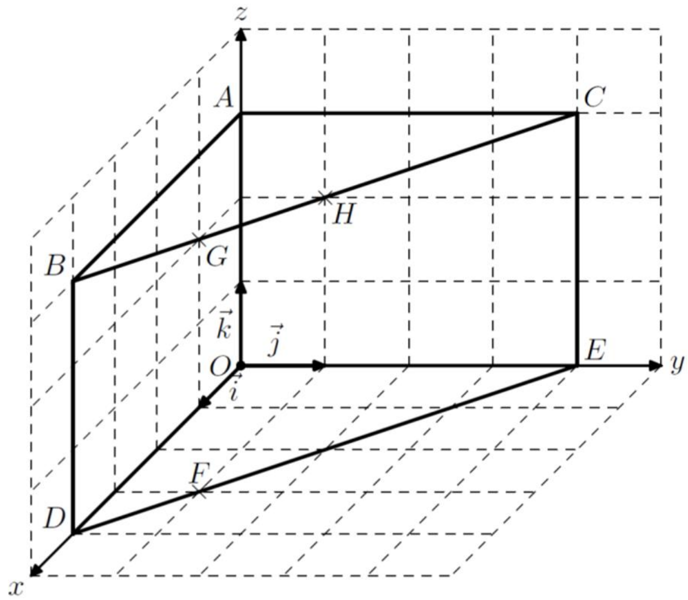
8. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$ et $\overrightarrow{EG}$ ne sont pas coplanaires.

9. On note I le milieu du segment $[BE]$ et J le milieu du segment $[FG]$.

Les vecteurs $\overrightarrow{EF}$, $\overrightarrow{BG}$ et $\overrightarrow{IJ}$ sont coplanaires.

Exercice 3

Dans le repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ci-dessous, donner les coordonnées des points *B*, *E*, *F*, *G* et *H*. On précise que les points *G* et *H* appartiennent au segment $\left[BC\right]$.



Exercice 4

Dans un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A\left(3;-1;2\right)$, $B\left(0;2;4\right)$, $C\left(2;0;-3\right)$ et $D\left(a;-5;c\right)$, où *a* et *c* sont des nombres réels.

1. Les points *A*, *B* et *C* sont-ils alignés ? Justifier.

2. Déterminer les nombres réels *a* et *c* tels que les points *A*, *B* et *D* soient alignés.

Exercice 5

Dans un repère $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, on considère les points $A\left(1;2;-3\right)$, $B\left(-1;3;3\right)$ et $C\left(4;-1;2\right)$.

D est le point tel que *ABCD* soit un parallélogramme.

Calculer les coordonnées du point *D* puis celles du point *I*, centre du parallélogramme.

Exercice 6

On considère un tétraèdre *ABCD* tel que *I* soit le milieu du segment $\left[BC\right]$ et *K* le milieu du segment $\left[CD\right]$.

1. Pourquoi peut-on choisir $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right)$ comme repère de l'espace ?

2. On place les points *E* et *L* définis respectivement par les égalités $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{CA}$ et $\overrightarrow{AL}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AE}$.

Démontrer que les points *I*, *J*, *K* et *L* sont coplanaires.

Exercice 7

Les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}4\\-1\\-1\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\end{pmatrix}$ sont-ils coplanaires ? Justifier.

Exercice 8

Montrer que les vecteurs $\vec{u}\begin{pmatrix}1\\1\\-1\end{pmatrix}$, $\vec{v}\begin{pmatrix}3\\1\\-4\end{pmatrix}$ et $\vec{w}\begin{pmatrix}-1\\3\\3\end{pmatrix}$ sont coplanaires.

Exercice 9

On considère un cube $ABCDEFGH$ et on note I le milieu du segment $[AB]$, J le milieu du segment $[BC]$, K le milieu du segment $[CG]$ et L le milieu du segment $[EH]$.

1. Pourquoi peut-on choisir $\left(A;\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD},\overrightarrow{AE}\right)$ comme repère de l'espace ?

2. Les points I, J, K et L sont-ils coplanaires ?

Exercice 10

Dans un repère de l'espace, on donne : $I\left(\frac{1}{2};0;0\right)$, $J\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$, $K\left(0;\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ et $L\left(0;-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Démontrer que les points I, J, K et L sont coplanaires.