Baccalauréat Amérique du Nord

Corrigé de l'épreuve anticipée de première – Candidats ayant suivi la spécialité

1er juin 2026

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 points)

Tableau récapitulatif des réponses

Question	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Réponse	B	B	D	C	B	C	B	C	B

Justifications

1. **Bonne réponse : B.**
$\dfrac{1}{2}+\dfrac{3}{2}\times 4=\dfrac{1}{2}+\dfrac{12}{2}=\dfrac{13}{2}$.
2. **Bonne réponse : B.**
La partie visible ($150\,\text{km}^3$) représente 10 % du volume total V.
Donc $\quad 0{,}10\times V=150 \iff V=\dfrac{150}{0{,}10}=1\,500\,\text{km}^3$.
3. **Bonne réponse : D.**
$0{,}845=1-0{,}155=1+\dfrac{-15{,}5}{100}$: le coefficient multiplicateur 0,845 est donc associé à une évolution dont le taux est de $-15{,}5$ %, c'est donc une baisse de 15,5 %.
4. **Bonne réponse : C.**
$A(x)=(x+5)(x+8)$ est un polynome du second degré, qui s'annule en -5 et -8.
Il est présenté sous sa forme factorisée, avec un coefficient dominant positif (égal à 1), donc les valeurs prises par ce polynome sont positives, sauf entre les deux racines.
On pouvait aussi établir le tableau de signe à partir du signe des facteurs de degré 1 :

x	$-\infty$		-8		-5		$+\infty$
$x+8$		$-$	0	$+$		$+$	
$x+5$		$-$		$-$	0	$+$	
$A(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

5. Les lettres du mot SINGE sont {S, I, N, G, E} : 5 lettres, dont 2 voyelles (I et E).
Puisque le singe choisit une lettre au hasard, on est en situation d'équiprobabilité, chaque lettre a autant de chance qu'une autre d'être choisie.
$P_M(V)=\dfrac{\text{nombre de voyelles dans SINGE}}{\text{nombre de lettres de SINGE}}=\dfrac{2}{5}$.
6. **Bonne réponse : C.**
La droite passe par les points $(0;30)$ et $(3;0)$.
L'ordonnée à l'origine est donc : $\quad 30$.
Le coefficient directeur est donné par : $\quad \dfrac{0-30}{3-0}=-10$.
Donc la fonction représentée a bien pour expression : $\quad f(x)=-10x+30$.

7. **Bonne réponse : B.**

$$\begin{aligned}(x+2)^2-(1-x)^2 &= \left(x^2+4x+4\right)-\left(1-2x+x^2\right)\\ &= x^2+4x+4-1+2x-x^2\\ &= 6x+3\end{aligned}$$

8. **Bonne réponse : C.**

$\forall x \in \mathbb{R}, \quad 2(x-4)-(2x+1)=2x-8-2x-1=-9.$

L'égalité $-9=0$ est fausse, et ce pour tout réel x, puisqu'elle ne dépend pas de x : l'équation n'admet aucune solution.

9. **Bonne réponse : B.**

$E=\dfrac{2\times 3^2}{27\times 2^3}=\dfrac{2\times 3^2}{3^3\times 2^3}=\dfrac{2^0\times 3^0}{2^2\times 3^1}=\dfrac{1}{4\times 3}=\dfrac{1}{12}.$

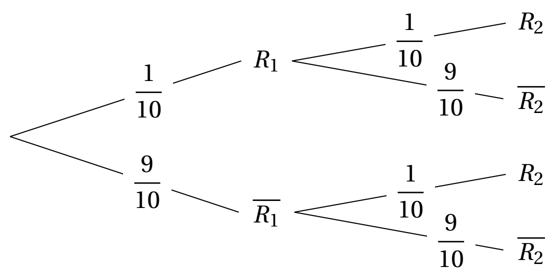
DEUXIÈME PARTIE (14 points)

Exercice 1

Partie A

Les boules sont indiscernables au toucher, donc on est en situation d'équiprobabilité. Les tirages se font avec remise, donc les probabilités d'obtenir une boule verte ou une boule rouge sont indépendants de l'ordre du tirage.

1. Arbre pondéré complété :



2. **a.** Le joueur paie 1 €, qui contribue donc négativement au gain algébrique de la partie.

Il peut recevoir 3 € (deux rouges), 1 € (deux vertes) ou 0 € (sinon).

Le gain algébrique X prend donc les valeurs :

$$X=3-1=2, \qquad X=1-1=0, \qquad X=0-1=-1.$$

b. $X=-1$ correspond à « une rouge et une verte » (dans un ordre ou dans l'autre).

On a donc : $\{X=-1\}=\left(R_1\cap\overline{R_2}\right)\cup\left(\overline{R_1}\cap R_2\right).$

Les événements que l'on réunit sont disjoints, donc :

$P(X=-1)=P\left(R_1\cap\overline{R_2}\right)+P\left(\overline{R_1}\cap R_2\right)=\dfrac{1}{10}\times\dfrac{9}{10}+\dfrac{9}{10}\times\dfrac{1}{10}=\dfrac{9}{100}+\dfrac{9}{100}=\dfrac{18}{100}.$

On arrive bien à : $P(X=-1)=\dfrac{18}{100}.$

c. $P(X=2)=P(R_1\cap R_2)=\dfrac{1}{10}\times\dfrac{1}{10}=\dfrac{1}{100}$ et $P(X=0)=P\left(\overline{R_1}\cap\overline{R_2}\right)=\dfrac{9}{10}\times\dfrac{9}{10}=\dfrac{81}{100}.$

x_k	-1	0	2
$P(X=x_k)$	$\dfrac{18}{100}$	$\dfrac{81}{100}$	$\dfrac{1}{100}$

On peut se rassurer, en vérifiant : $\dfrac{18}{100}+\dfrac{81}{100}+\dfrac{1}{100}=1.$

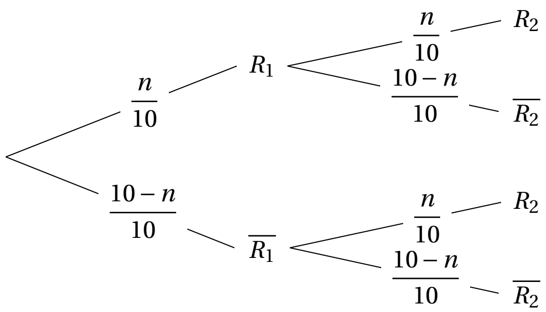
d. On a : $E(X) = x_1 \times P(X = x_1) + x_2 \times P(X = x_2) + x_3 \times P(X = x_3)$.

$$= (-1) \times \frac{18}{100} + 0 \times \frac{81}{100} + 2 \times \frac{1}{100}$$
$$= \frac{-18 + 0 + 2}{100}$$
$$= \frac{-16}{100} = -0{,}16$$

Interprétation : sur un grand nombre de parties, le joueur perd en moyenne 0,16 € (soit 16 centimes) par partie. Le jeu est défavorable au joueur (et donc favorable au forain).

Partie B

On va reproduire le même raisonnement qu'à la partie A, avec un changement dans les probabilités, pour refléter la nouvelle répartition entre les boules vertes et les boucles rouges. L'arbre adapté est donc :



1. Comme en partie A, Y prend les valeurs -1, 0 et 2 avec :

$P(Y = 2) = P(R_1 \cap R_2) = \left(\frac{n}{10}\right)^2 = \frac{n^2}{100}$

Puis, $P(Y = -1) = P\left(\overline{R_1} \cap R_2\right) + P\left(R_1 \cap \overline{R_2}\right) = \frac{n}{10} \times \frac{10-n}{10} + \frac{10-n}{10} \times \frac{n}{10}$

$$= 2 \times \frac{n}{10} \times \frac{10-n}{10} = \frac{2n(10-n)}{100}.$$

On ne calcule pas $P(Y = 0)$, car dans le calcul de l'espérance, cette probabilité sera multipliée par la valeur 0, donc sans effet sur l'espérance.

D'où : $E(Y) = 2 \times P(Y = 2) + 0 \times P(Y = 0) + (-1) \times P(Y = -1)$

$$= \frac{2n^2}{100} - \frac{2n(10-n)}{100} = \frac{2n^2 - 20n + 2n^2}{100} = \frac{4n^2 - 20n}{100}.$$

On arrive bien à l'expression donnée dans le sujet.

2. Le jeu est équitable lorsque $E(Y) = 0$.

On résout : $\frac{4n^2 - 20n}{100} = 0 \iff 4n(n-5) = 0 \quad \iff n = 0$ ou $n = 5$.

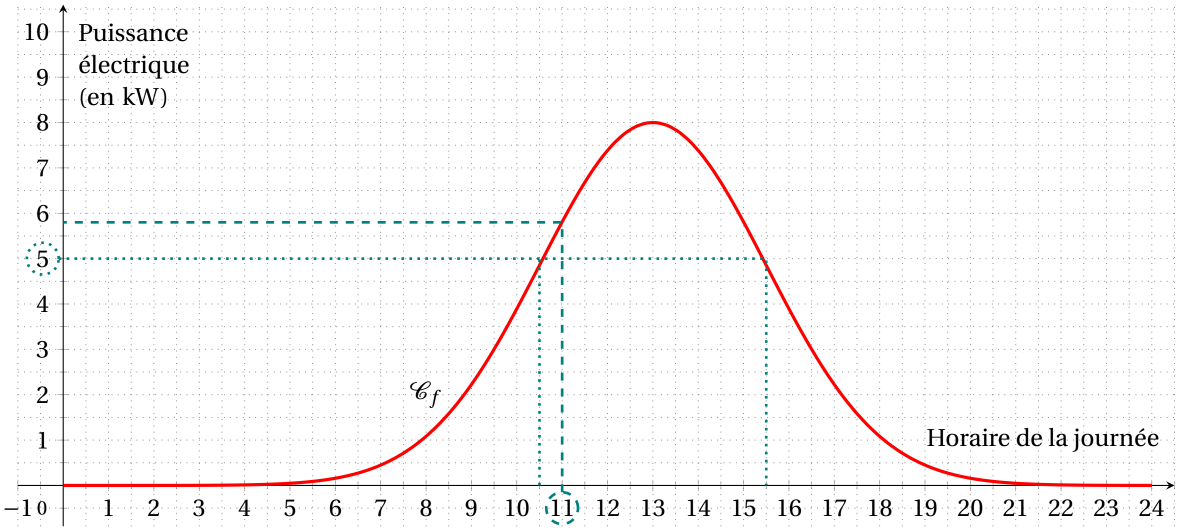
Il y a donc deux situations où le jeu est équitable :

- La valeur $n = 0$ correspond à une urne sans boule rouge. Ce n'est pas très intéressant : on tire toujours deux vertes, ce n'est plus vraiment un jeu de hasard.
- Le cas pertinent est donc pour $n = 5$ boules rouges : avec 5 boules rouges (et 5 vertes), le jeu est équitable entre le joueur et le forain.

Remarque : La question n'était pas posée, mais dans le calcul de l'espérance de Y, on voit que le numérateur est un polynome de degré 2, dont le coefficient dominant est 4 donc positif et les racines sont 0 et 5, donc on peut dire que pour n compris strictement entre 0 et 4 (c'est à dire avec un nombre de boules rouges compris entre 1 et 4, puisque ce nombre doit être entier), alors le jeu a une espérance négative, et est favorable au forain, pour un nombre de boules rouges compris entre 6 et 10, il est favorable au joueur.

Exercice 2

Partie A



1. À 11 h, la lecture graphique donne une puissance d'environ 5,75 kW (à la précision permise par le graphique, voir le tracé en ligne tiretée).

2. On lit les abscisses des points de la courbe situés de la droite d'équation $y = 5$. (voir le tracé en ligne pointillée). On obtient approximativement : $f(x) \geqslant 5$ pour $x \in [10{,}5;15{,}5]$.

Interprétation : la puissance des panneaux solaires est supérieure ou égale à 5 kW entre environ 10 h 30 et 15 h 30, soit pendant environ 5 heures dans la journée.

Partie B

1. Chaque année, le tarif augmente de 6 % : on obtient le tarif d'une année en prenant le tarif de l'année précédente, multiplié par 1,06.

La suite (c_n) est donc géométrique, de raison $q = 1{,}06$ (et de premier terme $c_0 = 0{,}15$).

2. Comme la suite est géométrique, pour tout entier naturel n : $c_n = c_0 \times q^n = 0{,}15 \times 1{,}06^n$.

3. L'année 2030 correspond à $2020 + 10$, donc $n = 10$.

Le coût pour 1 kWh en 2030 est donc : $c_{10} = 0{,}15 \times 1{,}06^{10}$.

4. **a.** `c` représente le coût (en euros) de 1 kWh pour l'année considérée $(2020 + n)$;

`S` représente l'économie totale cumulée (en euros) réalisée grâce aux panneaux solaires depuis 2020. Pour chaque exécution de la boucle `while`, on ajoute à la somme économisée précédemment la somme économisée cette année là, en multipliant la quantité d'énergie non achetée (2 000 kWh), par le prix d'achat. Puis, aux deux lignes suivantes, on met à jour l'indice de l'année, et le prix de l'énergie l'année suivante.

b. Le programme affiche 16 : il faut 16 années pour que l'économie cumulée `S` dépasse 7 000 €, c'est-à-dire le coût d'installation.

Selon cette modélisation, l'investissement de Camille sera rentabilisé au bout de 16 ans, en $2020 + 16 = 2036$.

Exercice 3

1. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\quad f(x) = (4x-4)\,\mathrm{e}^{-0,5x} + 5$.
On a f de la forme : $\quad f = u \times v + 5$, $\quad$ et donc : $f' = u'v + uv' + 0$.
On dérive le produit $u \times v$ avec : $\quad u : x \longmapsto 4x-4$, $\quad$ donc $\quad u' : x \longmapsto 4$,
et $\quad v : x \longmapsto \mathrm{e}^{-0,5x}$, $\quad$ donc $\quad v' : x \longmapsto -0,5\,\mathrm{e}^{-0,5x}$.

$$\begin{aligned}\forall x \in \mathbb{R}, \quad f'(x) &= u'(x)v(x) + u(x)v'(x) + 0\\ &= 4\,\mathrm{e}^{-0,5x} + (4x-4) \times (-0,5)\,\mathrm{e}^{-0,5x}\\ &= \left[4 - 0,5 \times (4x-4)\right]\mathrm{e}^{-0,5x}\\ &= \left[4 - 2x + 2\right]\mathrm{e}^{-0,5x}\\ &= (-2x+6)\,\mathrm{e}^{-0,5x}.\end{aligned}$$

On arrive bien à l'expression donnée pour la fonction f'.

2. La fonction exponentielle est à valeurs strictement positives, donc pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\quad \mathrm{e}^{-0,5x} > 0$.
Le signe de $f'(x)$ est celui de $-2x+6$. $-2x+6 = 0 \iff x = 3$, $\quad$ et $\quad -2x+6 > 0 \iff x < 3$.
On en déduit donc :

- sur $]-\infty;3]$, f' est à valeurs positives, et donc f est croissante ;
- sur $[3\,;+\infty[$, f' est à valeurs négatives et donc f est décroissante.

On peut donc donner le tableau de variations :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
signe de $f'(x)$		$+$	0	$-$	
variations de f		$\nearrow$	$8\,\mathrm{e}^{-1,5}+5$	$\searrow$	

3. La tangente à $\mathscr{C}_f$ est horizontale quand $f'(x) = 0$, c'est-à-dire en $x = 3$ uniquement.
$f(3) = (4 \times 3 - 4)\,\mathrm{e}^{-0,5\times 3} + 5 = 8\,\mathrm{e}^{-1,5} + 5$.
$\mathscr{C}_f$ admet donc un seul point à tangente horizontale.
Les coordonnées exactes de ce point sont : $\left(3\,;\,8\,\mathrm{e}^{-1,5}+5\right)$.