∽ Corrigé du Baccalauréat Centres Étrangers ∾

Épreuve anticipée de première – Candidats ayant suivi la spécialité

8 juin 2026

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 points)

Question	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**
Réponse	b	c	a	c	b	c	d	d

Question 1 – bonne réponse : b.
Par propriété, on a : $P\left(\overline{A} \cap B\right) = P\left(\overline{A}\right) \times P_A(B) = 0,6 \times 0,7 = 0,42$.

Question 2 – bonne réponse : c
On note x le nombre total d'élèves de première générale.
Si les 150 élèves suivant la spécialité Mathématiques représentent $\dfrac{3}{5}$ de l'ensemble des élèves de première générale, on a l'égalité suivante : $\dfrac{3}{5} \times x = 150$.
En traitant x comme une inconnue, on résout :

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \times x = 150 &\iff x = 150 \times \frac{5}{3} \\ &\iff x = \frac{150}{3} \times 5 \\ &\iff x = 50 \times 5 \\ &\iff x = 250 \end{aligned}$$

Il y a donc 250 élèves en première générale dans ce lycée.

Question 3 – bonne réponse : a
Avec $A = \dfrac{1}{3}$ et $B = \dfrac{5}{6}$, on a :

$$\frac{A}{B} + 1 = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{5}{6}} + 1 = \frac{1}{3} \times \frac{6}{5} + 1 = \frac{1}{3} \times \frac{3 \times 2}{5} + 1 = \frac{2}{5} + 1 = \frac{2}{5} + \frac{5}{5} = \frac{7}{5}.$$

Question 4 – bonne réponse : c
La droite d d'équation réduite $y = \dfrac{1}{3}x + 1$ a une ordonnée à l'origine égale à 1, donc elle doit passer par le point de coordoonées $(0\,;1)$, ce qui invalide l'une des trois propositions.
Le coefficient directeur est égal à $\dfrac{1}{3}$, ce qui signifie que l'évolution en ordonnées entre deux points est égale au tiers de l'évolution en abscisses entre les mêmes points. Par exemple, si un point est à droite d'un autre, distant de 3 unités en abscisse, alors, il doit être distants de $3 \times \dfrac{1}{3} = 1$ unité plus haut, en ordonnées.
Une autre façon de faire, serait de dire que pour $x = 3$, on doit avoir : $y = \dfrac{1}{3} \times 3 + 1 = 2$ donc la droite doit aussi passer par le point de coordonnées $(3\,;2)$.

Question 5 – bonne réponse : b
Développons $\left(x^3 - 1\right)^2$. $\left(x^3 - 1\right)^2 = \left(x^3\right)^2 - 2 \times \left(x^3\right) \times 1 + 1^2 = x^{3\times2} - 2x^3 + 1 = x^6 - 2x^3 + 1$

Question 6 – bonne réponse : c
Le coefficient multiplicateur d'une hausse de 20 % est : $c_1 = 1 + \dfrac{20}{100} = 1,2$.
Le coefficient multiplicateur d'une baisse de 50 % est : $c_2 = 1 - \dfrac{50}{100} = 0,5$.
Le coefficient multiplicateur global est donc : $c_g = c_1 \times c_2 = 1,2 \times 0,5 = 0,6$.
On a : $c_g = 0,6$ donc $t_g = c_g - 1 = 0,9 - 1 = -0,4$.
Le taux d'évolution globale est donc de -40 %, c'est donc globalement une baisse de 40 %

Question 7 – bonne réponse : d

Complétons le tableau donnant les résultats du sondage :

	16 ans ou moins	**Plus de 16 ans**	**Total**
Suivent la spécialité Mathématiques	8	6	14
Ne suivent pas la spécialité Mathématiques	7	4	11
Total :	15	10	25

Comme on interroge un élève au hasard, on est en situation d'équiprobabilité : les proportions sont assimilables à des probabilités.

La probabilité que l'élève choisi suive la spécialité Mathématiques sachant qu'il est âgé de plus de 16 ans est une probabilité conditionnelle, c'est la probabilité de choisir un des 6 élèves suivant la spécialité et ayant plus de 16 ans, parmi un des 10 élèves ayant plus de 16 ans.

Cette probabilité est donc : $\dfrac{6}{10} = \dfrac{3}{5}$.

Question 8 – bonne réponse : d

Soient x et y deux réels strictement positifs tels que : $x = \dfrac{5}{2+y}$.

On va manipuler cette égalité pour isoler y :

$$\begin{aligned} x = \frac{5}{2+y} &\iff x \times (2+y) = 5 \quad \text{car } 2+y \neq 0 \\ &\iff 2+y = \frac{5}{x} \quad \text{car } x \neq 0 \\ &\iff y = \frac{5}{x} - 2. \end{aligned}$$

DEUXIÈME PARTIE (14 points)

Exercice 1 (5 points)

Partie A

1. **a.** On connaît $u_0 = 1$ et on nous dit que chaque année la hauteur de l'arbre augmente de 40 cm, soit de 0,4 m.

   Au bout d'un an après sa plantation, on a donc : $u_1 = u_0 + 0{,}4 = 1 + 0{,}4 = 1{,}4$.

   b. De même, la hauteur de l'arbre deux années après sa plantation correspond à :

   $u_2 = u_1 + 0{,}4 = 1{,}4 + 0{,}4 = 1{,}8$.

   Deux années après sa plantation, l'arbre mesure donc 1,8 m.

2. La phrase « chaque année, la hauteur de l'arbre augmente de 40 cm » se traduit mathématiquement par une relation de récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = u_n + 0{,}4$.

   Cette relation de récurrence est celle d'une suite arithmétique, de premier terme : $u_0 = 1$ et de raison $r = 0{,}4$.

3. La suite étant arithmétique, par propriété, on a :

   $\forall n \in \mathbb{N}, \quad u_n = u_0 + nr = 1 + n \times 0{,}4 = 0{,}4n + 1$.

4. Pour savoir au bout de combien d'années le mûrier atteint 9 mètres de haut, on résout :

   $$\begin{aligned} u_n = 9 &\iff 0{,}4n + 1 = 9 \\ &\iff 0{,}4n = 8 \\ &\iff n = \frac{8}{0{,}4} \\ &\iff n = \frac{80}{4} \\ &\iff n = 20 \end{aligned}$$

   On aura donc $u_{20} = 9$: c'est 20 ans après sa plantation que le mûrier platane aura une hauteur de 9 mètres.

Partie B

1. « Chaque année, le nombre de nouvelles branches double » se traduit mathématiquement par la relation de récurrence : $\forall n \in \mathbb{N}, \quad v_{n+1} = 2 \times v_n$

   C'est la relation de récurrence d'une suite géométrique, de premier terme $v_0 = 2$ et de raison $q = 2$.

2. **a.** Un an après la plantation, l'arbre a produit 4 nouvelles branches, donc l'année suivante, il produit $4 \times 2 = 8$ nouvelles branches.

   Au bout d'un an, le nombre total de branches est égal à 6, donc l'année d'après, en ajoutant les 8 nouvelles branches, on aura : $6 + 8 = 14$ branches en tout.

   Trois ans après sa plantation, l'arbre produit donc : $8 \times 2 = 16$ nouvelles branches.

   Cela porte son nombre total de branches à : $14 + 16 = 30$ branches.

   On retrouve bien la valeur annoncée.

   b. Dans le programme donné, la variable `v` est initialisée à 2, et, quand elle est modifiée, c'est pour être doublée : elle va donc stocker les valeurs successives des termes de (v_n), le nombre de nouvelles branches.

   La variable `total` va stocker le nombre total de branches : initialisée à 2 (au moment de la plantation), puis actualisée en ajoutant le nombre de nouvelles branches.

   La boucle `for` va exécuter 10 fois ces relations de récurrence, donc cela correspond à 10 années après la plantation.

   La valeur affichée par le programme est le contenu de la variable `total`, donc 4 094 est le nombre total de branches du mûrier platane, 10 ans après la plantation.

Exercice 2 (3 points)

1. **a.** On a : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\ y_B - y_A\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}3-(-1)\\ 5-5\end{pmatrix}$ et donc, finalement : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}4\\0\end{pmatrix}$.

   De même : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x_C - x_A\\ y_C - y_A\end{pmatrix}$ soit $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}4-(-1)\\ 0-5\end{pmatrix}$ et donc, finalement : $\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}5\\-5\end{pmatrix}$.

   b. Comme le repère est orthonormé, le produit scalaire peut se calculer avec la formule analytique : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = 4 \times 5 + 0 \times (-5) = 20$.

2. **a.** Comme on est dans un repère orthonormé, on peut utiliser la formule :
   $AC = \sqrt{(x_C - x_A)^2 + (y_C - y_A)^2} = \sqrt{5^2 + (-5)^2} = \sqrt{5^2 + 5^2} = \sqrt{5^2 \times 2} = 5\sqrt{2}$.

   b. L'expression trigonométrique du produit scalaire donne :
   $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = AB \times AC \times \cos\left(\widehat{BAC}\right)$

   donc, avec les valeurs connues :
   $$\begin{aligned}\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} &= 4 \times 5\sqrt{2} \times \cos\left(\widehat{BAC}\right)\\ &= 20\sqrt{2}\cos\left(\widehat{BAC}\right)\end{aligned}$$

   c. On a donc deux expressions du même produit scalaire, ce qui donne :
   $$\begin{aligned}20 = 20\sqrt{2}\cos\left(\widehat{BAC}\right) &\iff \cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{20}{20\sqrt{2}}\\ &\iff \cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}}\\ &\iff \cos\left(\widehat{BAC}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

   L'angle $\widehat{BAC}$ a un cosinus égal à $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

   On reconnaît un cosinus connu, on en déduit qu'une mesure en radians de $\widehat{BAC}$ est $\dfrac{\pi}{4}$.

Exercice 3 (6 points)

1. **a.** La courbe $\mathscr{C}_f$ représente la fonction f et passe par le point A de coordonnées $(1\,;20)$.
Par définition, on en déduit : $f(1) = 20$.

b. La valeur de $f'(1)$ est, par définition, le coefficient directeur de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1, c'est à dire en A.
On cherche donc le coefficient directeur de T_A, qui est la droite (AB).
On a donc : $f'(1) = \dfrac{y_B - y_A}{x_B - y_A} = \dfrac{10-20}{3-1} = \dfrac{-10}{2} = -5$.

c. L'équation réduite de la tangente T_A, tangent à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est donnée par la formule classique : $y = f'(1)(x-1) + f(1)$.
On remplace : $y = (-5) \times (x-1) + 20$
On simplifie : $y = -5x + 5 + 20$
Finalement, on arrive bien à l'expression : $y = -5x + 25$.

2. **a.** On applique la formule pour dériver un quotient de deux fonctions :

$$\forall x \in]0\,;+\infty[, \quad f'(x) = \frac{(4\times 2x+7)\times x - (4x^2+7x+9)\times 1}{x^2}$$
$$= \frac{(8x+7)x - 4x^2 - 7x - 9}{x^2} = \frac{8x^2+7x-4x^2-7x-9}{x^2} = \frac{4x^2-9}{x^2}$$
$$= \frac{(2x)^2-3^2}{x^2} = \frac{(2x-3)(2x+3)}{x^2}.$$

On arrive bien à l'expression annoncée.

b. On a une forme factorisée de $f'(x)$, avec les facteurs qui sont des expressions affines.
On a : $2x-3>0 \iff x > \dfrac{3}{2}$ et $2x+3>0 \iff x > \dfrac{-3}{2}$.
On peut en déduire le tableau de signes de $f'(x)$ sur $]0\,;+\infty[$:

x	0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
signe de $2x-3$		$-$	0	$+$	
signe de $2x+3$		$+$		$+$	
signe de x^2	0	$+$		$+$	
signe de $f'(x)$	$\Vert$	$-$	0	$+$	

c. On en déduit que la fonction f est décroissante sur $\left]0\,;\dfrac{3}{2}\right]$ et croissante sur $\left[\dfrac{3}{2}\,;+\infty\right[$.

3. Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont le même coefficient directeur.
Il existera donc une tangente à $\mathscr{C}_f$ parallèle à la droite d'équation $y = 3x+5$ si et seulement si il existe un réel x_0 tel que $f'(x_0) = 3$.
Résolvons l'équation $f'(x) = 3$ sur $]0\,;+\infty[$:

$$\begin{aligned} f'(x) = 3 &\iff \frac{4x^2-9}{x^2} = 3 \\ &\iff 4x^2 - 9 = 3x^2 \quad \text{car } x^2 \neq 0 \text{ sur }]0\,;+\infty[\\ &\iff x^2 - 9 = 0 \\ &\iff (x-3)(x+3) = 0 \\ &\iff x = 3 \quad \text{ou} \quad x = -3 \end{aligned}$$

La seule solution sur $]0\,;+\infty[$ est donc $x_0 = 3$.
Il existe donc une unique tangente à $\mathscr{C}_f$ qui est parallèle à la droite d'équation $y = 3x+5$, c'est la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 3.