

CORRECTION

Donc 25% soit $\frac{1}{4}$ des élèves étudient le latin, l'effectif de la classe est donc $9 \times 4 = 36$,

réponse D

Question 4

Le prix d'un article augmente de 15%.

Cela signifie que le prix de l'article a été multiplié par :

- a) $\frac{15}{100}$ b) 1,15 c) 0,85 d) 1,115

CORRECTION

Augmenter une valeur de 15% revient à la multiplier par $\frac{100 + 15}{100} = 1,15$,

réponse B

Question 5

Parmi les réponses proposées, la valeur la plus proche de $\frac{150\,000}{3\,200}$ est :

- a) 5 b) 50 c) 500 d) 5000

CORRECTION

$3\,200 \approx 3\,000$, donc $\frac{150\,000}{3\,200} \approx \frac{150}{3} = 50$,

réponse B

Question 6

Une vidéo, d'une durée de 1 minute et 40 secondes, contient 2 400 images.

Le nombre d'images par seconde est égal à :

- a) 60 images/seconde b) 24 images/seconde
c) 120 images/seconde d) 15 images/seconde

CORRECTION

1 minute et 40 secondes c'est 100 secondes, il y a donc 24 images par seconde,

réponse B

Question 7

On considère une fonction f définie sur \mathbb{R} par :

$$f(x) = 0,5(x - 3)^2 + 10$$

On note \mathcal{C} sa courbe représentative dans un repère.

Un seul des quatre points ci-dessous appartient à la courbe \mathcal{C} . Lequel?

- a) A (-3; 10) b) B (3; 10,5) c) C (3; 10) d) D (0; 19,5)

CORRECTION

On a la forme canonique d'une fonction du second degré, dont le point C est clairement le sommet,

réponse C

Question 8

On considère le nombre $A = \frac{10^{201} \times 10^{-4}}{(10^2)^{100}}$

On peut affirmer que :

- a) $A = -0,001$ b) $A = 0,0001$ c) $A = 0,001$ d) $A = 1000$

CORRECTION

$(10^2)^{100} = 10^{200}$, donc $A = 10^{201-4-200} = 10^{-3} = 0,001$,

réponse C

DEUXIÈME PARTIE (14 pts)**Exercice 1 (5 points)**

Un loueur de bicyclettes propose deux types de bicyclettes : des bicyclettes traditionnelles et des bicyclettes électriques. Il incite ses clients à prendre une assurance. On dispose des informations suivantes.

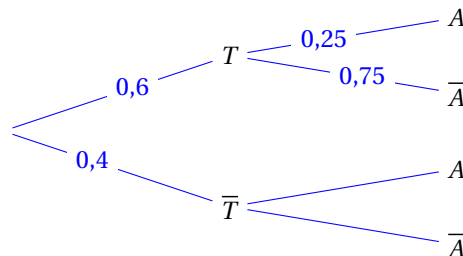
- 60% des clients ont loué une bicyclette traditionnelle, les autres ont loué une bicyclette électrique.
- Parmi ceux qui ont loué une bicyclette traditionnelle, 25% ont pris une assurance.
- 20% de l'ensemble des clients ont pris une assurance.

On choisit un client au hasard et on note les événements :

T : « le client a loué une bicyclette traditionnelle ».

A : « le client a pris une assurance ».

1. Recopier l'arbre pondéré ci-dessous et compléter les pointillés.



2. Donner, par simple lecture de l'énoncé, la probabilité de l'événement A .

CORRECTION

20% des clients ont pris l'assurance, donc $P(A) = 0,2$

3. Montrer que la probabilité que le client ait loué une bicyclette traditionnelle et qu'il ait pris une assurance est égale à 0,15.

CORRECTION

$P(T \cap A) = P(T) \times P_T(A) = 0,6 \times 0,25 = 0,15$.

4. En déduire que la probabilité $P(\bar{T} \cap A)$ est égale à 0,05.

CORRECTION

Loi des probabilités totales : $P(A) = P(T \cap A) + P(\bar{T} \cap A)$;

donc $P(\bar{T} \cap A) = P(A) - P(T \cap A) = 0,2 - 0,15 = 0,05$

la probabilité qu'un client ait loué une bicyclette électrique et pris une assurance est 0,05.

5. Déterminer la probabilité que le client ait pris une assurance sachant qu'il a loué une bicyclette électrique. On donnera le résultat sous la forme d'une fraction irréductible.

CORRECTION

Puisque $P(\bar{T} \cap A) = P(\bar{T}) \times P_T(A)$,

$$\text{On en déduit : } P_T(A) = \frac{P(\bar{T} \cap A)}{P(\bar{T})} = \frac{0,05}{0,4} = \frac{1}{8}$$

la probabilité qu'un client ayant loué une bicyclette électrique ait pris une assurance est $\frac{1}{8} = 0,125$

Exercice 2 (5 points)

Pour chacune des affirmations suivantes, indiquer si elle est **vraie** ou **fausse**, en **justifiant** la réponse. Une réponse non justifiée n'est pas prise en compte.

Les trois questions sont indépendantes.

1. On considère un réel u . On considère sur \mathbb{R} l'équation

$$(E) \quad x^2 + x - u^2 = 0$$

Affirmation : Quelle que soit la valeur du réel u , l'équation (E) possède deux solutions réelles distinctes.

CORRECTION

Le discriminant de ce polynôme est : $1 + 4u^2$. il est donc strictement positif pour toute valeur de u , et l'équation (E) a toujours deux solutions,

affirmation vraie.

2. On considère la suite (u_n) définie pour tout entier naturel n par

$$u_n = 2^{-n}$$

Affirmation : La suite (u_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

CORRECTION

$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2^{-n} = \frac{1}{2^n} = \frac{1^n}{2^n} = \left(\frac{1}{2}\right)^n$: (u_n) est bien une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}$.

Son premier terme est $u_0 = 2^{-0} = 2^0 = 1$,

affirmation vraie.

3. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^x - 1$.

On note \mathcal{C} la courbe représentative de la fonction f dans un repère.

On note \mathcal{T} la tangente à la courbe \mathcal{C} au point d'abscisse 0.

On note A le point de coordonnées (3 ; 3).

Affirmation : Le point A appartient à la tangente \mathcal{T} .

CORRECTION

La formule pour avoir l'équation réduite de la tangente à la courbe représentative d'une fonction f au point d'abscisse a est : $y = f'(a) \times (x - a) + f(a)$.

On va l'appliquer ici avec $a = 0$.

La dérivée de f est $f'(x) = e^x$.

Au point d'abscisse 0, le nombre dérivé est : $f'(0) = e^0 = 1$

et $f(0) = 0$.

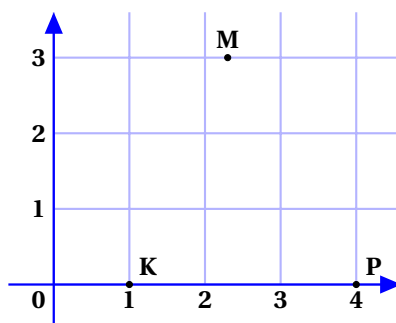
Donc l'équation de \mathcal{T} est $y = x$.

le point A appartient à la tangente, car ses coordonnées en vérifient l'équation.

affirmation vraie.

Exercice 3 (4 points)

Dans le plan muni d'un repère orthonormal, on considère les points P (4; 0) et K (1; 0).
On considère le réel x et on note M le point de coordonnées $(x; 3)$.



1. Donner les coordonnées du vecteur \overrightarrow{KP} ainsi que sa norme.

CORRECTION

Les coordonnées de \overrightarrow{KP} sont (3; 0) et sa norme est 3.

2. Exprimer en fonction de x les coordonnées du vecteur \overrightarrow{KM} ainsi que sa norme.

CORRECTION

Les coordonnées de \overrightarrow{KM} sont $(x - 1; 3)$

et sa norme est $\sqrt{(x - 1)^2 + 3^2} = \sqrt{(x - 1)^2 + 9} = \sqrt{x^2 - 2x + 10}$.

3. Montrer que le produit scalaire $\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM}$ est égal à $3x - 3$.

CORRECTION

On connaît les coordonnées des deux vecteurs : $\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = 3(x - 1) + 0 \times 3 = 3x - 3$

4. Montrer que si l'angle \widehat{PKM} est égal à $\frac{\pi}{3}$, alors le réel x est solution de l'équation

$$(E) \quad \sqrt{(x - 1)^2 + 9} = 2x - 2$$

CORRECTION

On sait aussi que $\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = \|\overrightarrow{KP}\| \times \|\overrightarrow{KM}\| \times \cos(\widehat{PKM})$.

Puisque $\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$, on peut donc écrire que $\overrightarrow{KP} \cdot \overrightarrow{KM} = \frac{1}{2} \times 3 \times \sqrt{(x - 1)^2 + 9}$.

On a donc $\frac{3}{2} \sqrt{(x - 1)^2 + 9} = 3x - 3 \iff \sqrt{(x - 1)^2 + 9} = 2x - 2$

lorsque l'angle \widehat{PKM} est $\frac{\pi}{3}$, x est une solution de l'équation (E).

5. Vérifier que le réel $1 + \sqrt{3}$ est solution de l'équation (E).

CORRECTION

Si x est une solution de l'équation (E), alors $(x - 1)^2 + 9 = (2x - 2)^2$,

ce qui revient à $3x^2 - 6x - 6 = 0$.

On calcule $\Delta = 36 + 72 = 108 = 3 \times 6^2$.

L'équation a deux solutions qui sont $\frac{6 + 6\sqrt{3}}{6} = 1 + \sqrt{3}$ et $1 - \sqrt{3}$.

$1 + \sqrt{3}$ est une solution de l'équation (E).