Épreuve anticipée de Première

Voie générale - Spécialité Mathématiques - Polynésie - 12 juin 2026

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 pts)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Pour chaque question, reportez son numéro sur votre copie et indiquez votre réponse.
Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point.

Question 1

Un article coûte 40€ et subit une augmentation de 30%.
Combien coûte-t-il après cette augmentation ?

a) 40,3 € b) 52 € c) 12 € d) 70 €

CORRECTION
L'augmentation est de $0,3 \times 40 = 12$ €, donc le prix final est de 52 €, $\boxed{\text{réponse B}}$.

Question 2

On considère l'équation $(-0,5x+3)(-5x-4) = 0$.
Les solutions de cette équation sont :

a) $\dfrac{0,5}{3}$ et $\dfrac{5}{4}$ b) $\dfrac{0,5}{3}$ et $-0,8$ c) 6 et 0,8 d) 6 et $-0,8$

CORRECTION
$-0,5x+3 = 0 \iff x = 3 \div 0,5 = 6$
$-5x-4 = 0 \iff x = -4 \div 5 = -0,8$
Les deux solutions sont 6 et $-0,8$, $\boxed{\text{réponse D}}$.

Question 3

Un entraîneur choisit 8 joueurs dans une équipe. Cela représente 20% de l'équipe.
Combien y a-t-il de joueurs dans l'équipe ?

a) 16 b) 20 c) 40 d) 32

CORRECTION
20% c'est un cinquième, donc si 8 joueurs représentent $\dfrac{1}{5}$ de l'équipe, son effectif total est $8 \times 5 = 40$, $\boxed{\text{réponse C}}$.

Question 4

On peut calculer l'énergie cinétique d'un objet en mouvement.
Cette énergie est notée E_C et elle est donnée par la formule $E_C = \dfrac{1}{2}\, m\, v^2$ (où E_C s'exprime en joules, m représente la masse de l'objet en kg et v sa vitesse en m/s).

L'expression permettant d'exprimer la vitesse v en fonction de E_C et de m est :

a) $v = \dfrac{E_C^2}{2m}$ b) $v = \sqrt{\dfrac{2\,E_C}{m}}$ c) $v = \sqrt{\dfrac{E_C}{2\,m}}$ d) $v = \sqrt{2\,m\,E_C}$

CORRECTION

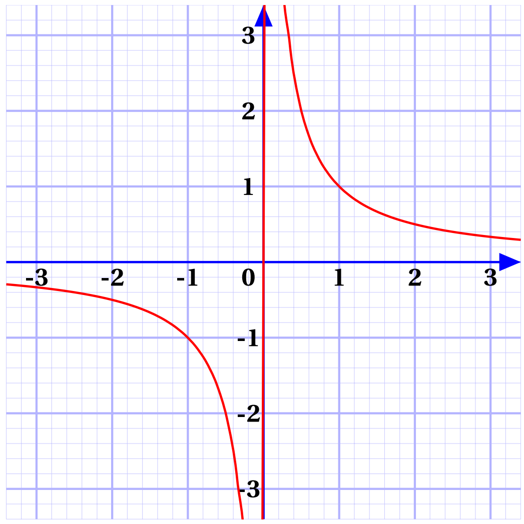
$E_C = \dfrac{1}{2}\,m\,v^2 \iff 2E_C = m\,v^2 \iff v^2 = \dfrac{2E_C}{m}$, donc $v = \sqrt{\dfrac{2\,E_C}{m}}$, $\boxed{\text{réponse B}}$.

Question 5

On a représenté ci-contre la courbe de la fonction inverse définie sur $\mathbb{R}^*$ par $f(x) = \dfrac{1}{x}$.
L'ensemble des solutions de l'inéquation $\dfrac{1}{x} \geqslant 2$ est :

a) $\left]0\,;\dfrac{1}{2}\right]$ b) $\left]0\,;2\right]$

c) $\left[2\,;+\infty\right[$ d) $\left]-\infty\,;0\right[\cup \left[\dfrac{1}{2}\,;+\infty\right[$



CORRECTION

Par simple lecture graphique, $\dfrac{1}{x} \geqslant 2 \iff 0 < x \leqslant \dfrac{1}{2}$, $\boxed{\text{réponse A}}$.

Question 6

Le nombre $2^9 \times 5^7$ est égal à :

a) 10^{16} b) 4×10^7 c) 10^{63} d) 4×10^{14}

CORRECTION

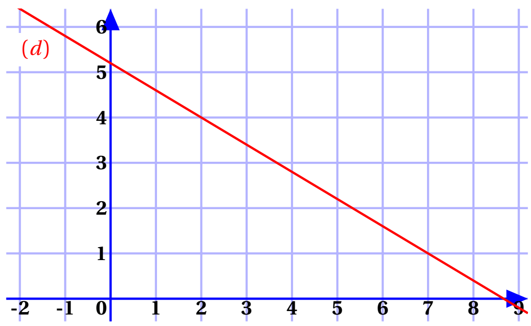
$2^9 \times 5^7 = 2^2 \times 2^7 \times 5^7 = 2^2 \times (2 \times 5)^7 = 4 \times 10^7$, $\boxed{\text{réponse B}}$.

Question 7

Parmi les équations réduites de droites proposées, laquelle est celle de la droite (d) tracée dans le repère ci-contre ?

a) $y = -5{,}2x + 8{,}6$ b) $y = 0{,}6x + 5{,}2$

c) $y = 5{,}2x + 8{,}6$ d) $y = -0{,}6x + 5{,}2$



CORRECTION

La pente de la droite est négative, elle coupe l'axe des ordonnées entre 5 et 6 (ordonnée à l'origine), $\boxed{\text{réponse D}}$.

Question 8

Quelle est la forme factorisée de l'expression $16x^2 - (x+1)^2$?

a) $(3x-1)^2$ b) $(3x-1)(5x+1)$ c) $(15x-1)^2$ d) $(15x-1)(17x+1)$

CORRECTION

C'est une identité remarquable, $16x^2 = (4x)^2$,
donc $16x^2 - (x+1)^2 = \big(4x-(x+1)\big)\big(4x+(x+1)\big) = (3x-1)(5x+1)$, $\boxed{\text{réponse B}}$.

DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1 (8 points)

Partie A

Un club de vacances propose deux types d'activités à ses clients : des randonnées le matin et des activités nautiques l'après-midi.

On sait que

- un quart des clients participent aux randonnées.
- parmi les clients ayant choisi de faire une randonnée le matin, la moitié s'inscrit aussi aux activités nautiques de l'après-midi.
- parmi les clients n'ayant pas choisi de faire une randonnée le matin, un tiers s'inscrit aux activités nautiques de l'après-midi.

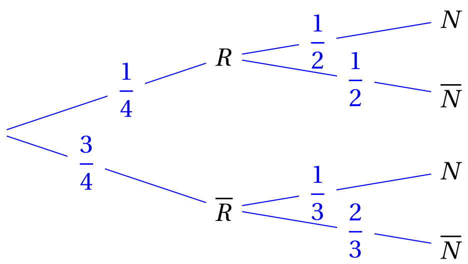
On choisit un client du club de vacances au hasard et on note :

- R l'événement : « le client participe à la randonnée ».
- N l'événement : « le client participe aux activités nautiques ».

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilité représentant la situation.

Correction

Un quart des clients participent aux randonnées, donc $P(R) = \dfrac{1}{4}$ et $P(\overline{R}) = \dfrac{3}{4}$.
La moitié de ceux qui ont fait une randonnée font des activités nautiques, donc $P_R(N) = \dfrac{1}{2}$ et $P_R(\overline{N}) = \dfrac{1}{2}$.
Un tiers de ceux qui n'ont pas randonné font des activités nautiques, donc $P_{\overline{R}}(N) = \dfrac{1}{3}$ et $P_{\overline{R}}(\overline{N}) = \dfrac{2}{3}$.



2. Montrer que la probabilité que le client participe aux activités nautiques est de $\dfrac{3}{8}$.

Correction

Loi des probabilités totales : $P(N) = P(R \cap N) + P(\overline{R} \cap N)$.

Donc $P(N) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{4} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{1}{8} + \dfrac{1}{4} = \dfrac{3}{8}$.

La probabilité que le client participe aux activités nautiques est de $\dfrac{3}{8}$.

3. Sachant que le client a participé aux activités nautiques de l'après-midi, quelle est la probabilité qu'il ait fait la randonnée du matin?

Correction

On cherche $P_N(R)$.

Règle des probabilités conditionnelles : $P_N(R) = \dfrac{P(R \cap N)}{P(N)} = \dfrac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{8}} = \dfrac{1}{8} \times \dfrac{8}{3} = \dfrac{1}{3}$.

La probabilité qu'un client, choisi parmi ceux qui font des activités nautiques, ait fait une randonnée le matin est $\dfrac{1}{3}$.

4. Les événements R et N sont-ils indépendants? Justifier.

Correction

Pas du tout, puisque $P(R \cap N) = \dfrac{1}{8}$, alors que $P(R) \times P(N) = \dfrac{1}{4} \times \dfrac{3}{8} = \dfrac{3}{32}$.

Partie B

En 2025, le club a accueilli 400 clients. Son directeur projette la fréquentation du club dans les années à venir en modélisant le nombre de clients du club les années suivantes par la suite (u_n) définie par :

$$u_0 = 400 \text{ et pour tout entier naturel } n,\ u_{n+1} = 1{,}025u_n$$

où u_n représente le nombre de clients du club pour l'année $2025 + n$

1. Donner la nature de la suite (u_n) en précisant sa raison.

Correction

(u_n) est une suite géométrique de raison 1,025.

2. Selon ce modèle ; quel est le taux d'évolution annuel de la fréquentation de ce club de vacances ?

Correction

La multiplication par 1,025 correspond à une augmentation, exprimée en pourcentage, de 2,5% : le taux d'évolution annuel de la fréquentation est 2,5%.

3. **a.** Recopier et compléter la fonction `seuil`, codée en python, afin qu'elle renvoie la plus petite valeur de n telle que u_n soit supérieure ou égale à k, où k est un entier naturel non nul.

Correction

La boucle « tourne » aussi longtemps que u est inférieur à k.

A chaque itération, on incrémente n, et on calcule la nouvelle valeur de u en utilisant la relation de récurrence.

```
def seuil (k) :
  u = 400
  n = 0
  while u < k :
    n = n+1
    u= u * 1.025
  return n
```

b. Le tableau ci-contre a été extrait d'une feuille automatisée de calcul donnant les valeurs arrondies au centième de $1{,}025^n$ pour certaines valeurs de n.

Déterminer la valeur renvoyée par `seuil(600)`, où `seuil` est la fonction codée en python donnée en 3.a).

Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.

CORRECTION

Pour que l'on atteigne 600 clients, il faut que $1{,}025^n$ dépasse 1,5.
D'après le tableur, c'est le cas si $n = 17$.
$2025 + 17 = 2042$

Cela signifie que, selon ce modèle, la fréquentation du club dépassera 600 clients en 2042.

	A	B
1	n	1,025^n
2	0	1,00
3	1	1,03
4	2	1,05
5	3	1,08
6	4	1,10
7	5	1,13
8	6	1,16
9	7	1,19
10	8	1,22
11	9	1,25
12	10	1,28
13	11	1,31
14	12	1,34
15	13	1,38
16	14	1,41
17	15	1,45
18	16	1,48
19	17	1,52
20	18	1,56
21	19	1,60
22	20	1,64
23	21	1,68

Exercice 2 (6 points)

Partie A

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \left(\frac{1}{2}x + 1\right)\mathrm{e}^{-x}$.
On note $(\mathscr{C}_f)$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé.
On admet que la fonction f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on désigne par f' sa fonction dérivée.

1. Démontrer que, pour tout réel x, $f'(x) = \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x}$

CORRECTION

On utilise la formule $\left(u\ v\right)' = u'\ v + v'\ u$, avec $u(x) = \frac{1}{2}x + 1$ donc $u'(x) = \frac{1}{2}$ et $v(x) = \mathrm{e}^{-x}$ donc $v'(x) = -\mathrm{e}^{-x}$.

Donc $f'(x) = \frac{1}{2} \times \mathrm{e}^{-x} + \left(\frac{1}{2}x + 1\right) \times \left(-\mathrm{e}^{-x}\right) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x - 1\right)\mathrm{e}^{-x} = \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right)\mathrm{e}^{-x}$

2. Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.

CORRECTION

L'exponentielle est toujours positive, donc le signe de la dérivée f' ne dépend que du signe de $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.

f' est donc positive entre $-\infty$ et -1, puis négative.

On calcule l'image de -1 qui est $\frac{1}{2}\mathrm{e} \approx 1{,}35$

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	$\dfrac{\text{e}}{2}$	$\searrow$	

3. L'affirmation « Pour tout réel x, $f(x) \leqslant 2$ » est-elle vraie ou fausse ? Justifier.

CORRECTION

f atteint en -1 son maximum qui est $\dfrac{\text{e}}{2} \approx 1{,}35$.

Donc $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leqslant 2$, l'affirmation est vraie.

4. Déterminer l'équation réduite de la tangente à $(\mathscr{C}_f)$ au point d'abscisse 0.

CORRECTION

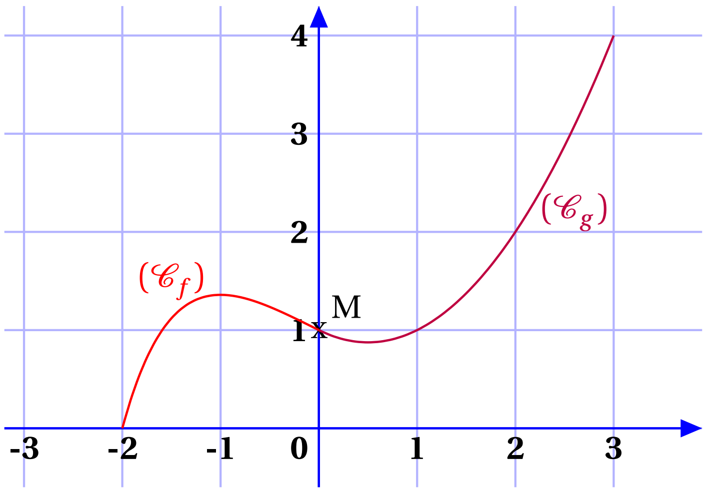
En 0, on a $f(0) = 1$ (c'est l'ordonnée à l'origine) et $f'(0) = -\dfrac{1}{2}$ (c'est la pente de la tangente).

Donc l'équation réduite de la tangente en 0 est $y = -\dfrac{x}{2} + 1$

Partie B

Soit g la fonction polynôme du second degré définie par $g(x) = 0{,}5x^2 + bx + c$ où b et c sont deux réels. On crée la courbe représentée ci-dessous, constituée des deux éléments suivants :

- Une partie de la courbe $(\mathscr{C}_f)$ représentative de la fonction f définie dans la partie A sur l'intervalle $[-2\,;0]$.
- Une partie de la courbe $(\mathscr{C}_g)$ représentative de la fonction g sur l'intervalle $[0\,;3]$.



Le but de cette partie est de déterminer les valeurs des réels b et c.

1. Le point M $(0\,;1)$ appartient aux deux courbes $(\mathscr{C}_f)$ et $(\mathscr{C}_g)$.

Démontrer que $c = 1$.

CORRECTION

$g(0) = 0{,}5 \times 0^2 + b \times 0 + c = c$, donc puisque $g(0) = 1$, $c = 1$.

2. Au point M $(0\,;1)$ les courbes $(\mathscr{C}_f)$ et $(\mathscr{C}_g)$ admettent la même tangente.

Déterminer la valeur de b.

La dérivée de g est $g'(x) = x + b$.
Donc le nombre dérivé en 0 est b.
Puisque f et g ont même tangente, on a $g'(0) = f'(0) = -\dfrac{1}{2}$, donc $b = -\dfrac{1}{2}$.