

∞ Corrigé du brevet des collèges Grèce 18 juin 2019 ∞

EXERCICE 1

12 POINTS

- 16; 17; 18; 19; 26; 27; 28; 29; 36; 37; 38; 39; 46; 47; 48; 49, soit 16 nombres.
- Il y a 4 nombres supérieurs à 40 sur 16; la probabilité est donc égale à $\frac{4}{16} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} = 0,25$.
- Les nombres divisibles par 3 sont : 18; 27; 36; 39; 48 : il y en a 5 sur 16; la probabilité est donc égale à $\frac{5}{16} = 0,3125$.

EXERCICE 2

20 POINTS

- Dans le triangle RST rectangle en T, on a $\cos \widehat{RST} = \frac{ST}{SR} = \frac{14}{28} = \frac{1}{2} = 0,5$. On a donc $\widehat{RST} = 60^\circ$.
Rem. STR est un demi-triangle équilatéral obtenu en prenant le symétrique S par rapport à T et les angles d'un triangle équilatéral mesurent ...
- Le triangle SUP est aussi un demi triangle équilatéral puisque par complément $\widehat{PSU} = 90 - 30 = 60^\circ$, donc $SU = 2SP = 2 \times 10,5 = 21$.
Or $\frac{SP}{ST} = \frac{10,5}{14} = \frac{105}{140} = \frac{5 \times 21}{5 \times 28} = \frac{5 \times 7 \times 3}{5 \times 7 \times 4} = \frac{3}{4}$ et
 $\frac{SU}{SR} = \frac{21}{28} = \frac{10,5}{14} = \frac{3}{4}$ (d'après le calcul précédent).
Les côtés des triangles rectangles SRT et SUP sont donc proportionnels.
- On a vu que le triangle SUP est une réduction du triangle SRT de coefficient $\frac{3}{4} = 0,75$.
- On a déjà vu que $SU = 21$.
- On a vu que $\widehat{PSU} = \widehat{TSR} = 60$ donc par supplément :
 $\widehat{RSU} = 180 - 60 - 60 = 60^\circ$.
Le triangle SKL a deux angles de 60° ; le troisième angle a pour mesure : $180 - 60 - 60 = 60$: le triangle SKL a donc trois angles de même mesure c'est donc un triangle équilatéral.

EXERCICE 3

15 POINTS

- En supposant que Marc court à la vitesse de 2 minutes pour faire 400 m, il mettra 1 minute pour faire 200 m, donc 5 minutes pour faire $5 \times 200 = 1000$ m
- 1 km en 5 min représente une vitesse de $12 \times 1 = 12$ (km/h) en $12 \times 5 = 60$ min = 1 h.
- Un tour de piste a pour longueur la longueur des deux lignes droites et la longueur d'un cercle de diamètre [AD].
Longueur d'un tour : $2 \times 90 + 70 \times \pi = 180 + 70\pi \approx 399,911$ ce qui correspond bien à l'unité près à 400 m.
 - Marc passe donc au point A toutes les deux minutes soit toutes les 120 secondes;
 - Jim passe au point toute les 1 min 40, soit toutes les 100 secondes.Ils repasseront la première fois ensemble au point A au bout d'un temps égal au plus petit multiple commun à 100 et à 120.
 $100 = 10 \times 10 = 2^2 \times 5^2$ et
 $120 = 12 \times 10 = 2^3 \times 3 \times 5$.

Le p.p.c.m. à 100 et 120 est $2^3 \times 3 \times 5^2 = 24 \times 25 = 600$ (s)

- Marc aura donc fait $\frac{600}{100} = 6$ tours et
- Jim aura fait $\frac{600}{120} = \frac{60}{12} = 5$ tours.

EXERCICE 4**16 POINTS**

1. Voir l'annexe.
2. La rotation de centre O et d'angle 30° dans n'importe quel sens répétée 12 fois permet d'obtenir la rosace à partir du losange.
3. Le programme 1 permet d'obtenir la figure B.
Le programme 2 permet d'obtenir la figure C.
Le programme 3 permet d'obtenir la figure A.

EXERCICE 5**15 POINTS**

1. On obtient successivement :
 $2 \rightarrow 2 + 1 = 3 \rightarrow 3^2 = 9 \rightarrow 9 - 2^2 = 9 - 4 = 5$.
2. En partant de -3 , on obtient :
 $-3 \rightarrow -3 + 1 = -2 \rightarrow (-2)^2 = 4 \rightarrow 4 - (-3)^2 = 4 - 9 = -5$.

3.

Ainsi, pour tout x , on obtient $f(x) = (x+1)^2 - x^2$

$$f(x) = (x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1.$$

4. — La représentation graphique de la fonction f est la représentation C ;
— L'image de 1 par la fonction représentée est 3 ;
— En utilisant la représentation B, l'antécédent de 3 par la fonction représentée est -1 .

EXERCICE 6**22 POINTS**

1. Les droites (FG) et (BC) car perpendiculaires à la même droite (SB). On peut donc d'après la propriété de Thalès avec les triangles SFG et SBC, écrire :

$$\frac{SF}{SB} = \frac{FG}{BC}, \text{ soit } \frac{5}{20} = \frac{FG}{6} \text{ d'où } FG = \frac{5}{20} \times 6 = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} = 1,5 \text{ cm.}$$

2. Le volume d'un cône est égal à $\frac{\pi \times 1,5^2 \times 5}{3} = \frac{15\pi}{3} = 5\pi \approx 11,781$, soit $11,78 \text{ cm}^3$ au centième près

3. Jean doit remplir 80 % des 400 cônes, de sauce tomate soit $400 \times \frac{80}{100} = 4 \times 80 = 320$ cônes.

320 cônes de $11,78 \text{ cm}^3$ de sauce tomate représentent $320 \times 11,78 = 3769,6 \text{ cm}^3$.

Il a donc besoin de $\frac{3769,6}{500} \approx 7,5$ bouteilles soit 8 bouteilles de sauce tomate.

Pour la mayonnaise il lui faut remplir 80 cônes soit $80 \times 11,78 = 942,4 \text{ cm}^3$.

Or chaque bouteille de mayonnaise a un volume de : $\pi \times 2,5^2 \times 15 = 93,75\pi \approx 294,524 \text{ cm}^3$. Il lui donc acheter

$$\frac{942,4}{294,524} \approx 3,2 \text{ soit 4 bouteilles de mayonnaise.}$$

Il lui faut donc 8 bouteilles de sauce tomate et 4 bouteilles de mayonnaise.

ANNEXE

À DÉTACHER DU SUJET ET À JOINDRE AVEC VOTRE COPIE

EXERCICE 4

Question 1

Compléter le programme ci-dessous en remplaçant les pointillés par les bonnes valeurs pour que le losange soit dessiné tel qu'il est défini.

