∽ Corrigé du brevet des collèges 16 septembre 2019 ∾
Métropole La Réunion Antilles–Guyane

Durée : 2 heures

Exercice 1 **18 points**

1. Le triangle BCD est rectangle en C. Le théorème de Pythagore permet d'écrire :
   $BD^2 = BC^2 + CD^2$, soit $BD^2 = 1,5^2 + 2^2 = 2,25 + 4 = 6,25 = 2,5^2$.
   Donc BD = 2,5 km.
2. C, D et E sont alignés ; le triangle BCD est rectangle en C, donc la droite (BC) est perpendiculaire à la droite (CE).
   Le triangle DEF est rectangle en E, donc la droite (EF) est perpendiculaire à la droite (CE).
   Conclusion : les droites (BC) et (EF) étant perpendiculaires à la droite (CE) sont parallèles.
3. D'après le résultat précédent on peut appliquer le théorème de Thalès :
   $\dfrac{DF}{DB} = \dfrac{DE}{DC} = \dfrac{EF}{BC}$, soit
   $\dfrac{DF}{2,5} = \dfrac{5}{2}$, d'où en multipliant chaque membre par 2,5 :
   $DF = 2,5 \times 2,5 = 6,25$ km.
4. La longueur totale du parcours est égale à :
   $AB + BD + DF + FG = 7 + 2,5 + 6,25 + 3,5 = 19,25$ km.
5. Michel parcourt 16 km en 60 min ou 4 km en 15 min ou 1 km en $\dfrac{15}{4}$ min.
   Pour parcourir 7 km, il mettra donc $7 \times \dfrac{15}{4} = \dfrac{105}{4}$ min soit $\dfrac{105}{4} \times 60 = 1\,575$ s soit 26 min 15 s.

Exercice 2 **14 points**

1. **a.** 2 744 est multiple de 4 : $2\,744 = 4 \times 686 = 4 \times 2 \times 343$.
   Or $343 = 350 - 7 = 7 \times 50 - 7 \times 1 = 7 \times 49 = 7 \times 7 \times 7$.
   Donc $2\,744 = 2^3 \times 7^3$.

   b. Le résultat précédent entraîne :
   $2\,744^2 = \left(2^3 \times 7^3\right)^2 = \left(2^3\right)^2 \times \left(7^3\right)^2 = 2^6 \times 7^6$.

   c. Inversement le résultat précédent peut s'écrire :
   $2\,744^2 = 2^6 \times 7^6 = \left(2^2\right)^3 \times \left(7^2\right)^3 = \left(2^2 \times 7^2\right)^3 = (4 \times 49)^3 = 196^3$.
2. **a.** On a donc$100^3 = b^2$ ou $1\,000\,000 = b^2$, d'où $b = 1\,000$.

   b.
   - Si $a = 3$, $a^3 = 27$ qui n'est pas un carré ;
   - Si $a = 4$, $a^3 = 64$ qui est le carré de 8 ;
   - Si $a = 5$, $a^3 = 125$ qui n'est pas un carré ;
   - Si $a = 6$, $a^3 = 216$ qui n'est pas un carré ;
   - Si $a = 7$, $a^3 = 343$ qui n'est pas un carré ;
   - Si $a = 8$, $a^3 = 512$ qui n'est pas un carré ;

- Si $a = 9$, $a^3 = 729$ qui est le carré de 27, mais $27 > 10$.

Il y a donc une solution : $4^3 = 8^2$.

Exercice 3 **17 points**

1. On lit sur le graphique :
   - en 1995 : 360 ppm ;
   - en 2005 : 380 ppm.
2. **a.** Les points de la courbe sont à peu près alignés : le modèle affine semble donc pertinent.

   b. Pour l'année 1995, l'expression de'Arnold donne $2 \times 1995 - 3630 = 360$, et celle de Billy $2 \times 1995 - 2000 = 1990$: ce dernier résultat est complètement erroné.
   Il vaut mieux prendre l'expression d'Arnold.

   c. Il faut résoudre l'équation :
   $2x - 3630 = 450$ soit $2x = 4080$ et $x = 2040$.
   La valeur de 450 ppm sera atteinte en 2040.
3. Si en 2016, 70 mégatonnes représentent 15 % des émissions M de carbone, alors :
   $\dfrac{15}{100} \times M = 70$, soit $M = \dfrac{70 \times 100}{15} \approx 466,6$, soit 467 mégatonnes de CO_2 à la mégatonne près.

Exercice 4 **16 points**

1. Le ratio est égal à $\dfrac{75}{100} = \dfrac{3 \times 25}{4 \times 25} = \dfrac{3}{4}$.
2. On a $250 = 2,5 \times 100$: il faut donc multiplier les quantités par 2,5. En particulier il faudra $30 \times 2,5 = 3 \times 25 = 75$ g de farine.
3. Le plus petit gâteau carrée a une base carré de côté : $24 - 8 - 8 = 8$ cm.
4. - Volume de tour de Pise :
     $\pi \times 15^2 \times 6 + \pi \times 11^2 \times 6 + \pi \times 7^2 \times 6 + \pi \times 3^2 \times 6 = 6\pi\left(15^2 + 11^2 + 7^2 + 3^2\right) = 6\pi(225+121+49+9) = 6\pi \times 404 = 2424\pi \approx 7615\ \text{cm}^3$.
   - Volume de tour Carrée :
     $24^2 \times 8 + 16^2 \times 8 + 8^2 \times 8 = 8 \times \left(24^2 + 16^2 + 8^2\right) = 8 \times 896 = 7168\ \text{cm}^3$.
     C'est la tour de Pise qui a le plus grand volume.

Exercice 5 **15 points**

1. **a.** On obtient successivement :
   $4 \to 10 \to 10 \times (4-5) = -10 \to 20$.

   b. On obtient successivement :
   $-3 \to 3 \to 3 \times (-3-5) = -24 \to 6$.
2. **a.** On a effectivement $4 + 4^2 = 4 + 16 = 20$ et $-3 + (-3)^2 = -3 + 9 = 6$ trouvés précédemment.

   b. =B2*B3

c. En partant de x on obtient :
$x \to x+6 \to (x+6)(x-5) \to (x+6)(x-5)+30 = x^2-5x+6x-30+30 = x^2+x$.

d. Il faut résoudre l'équation :
$x+x^2=0$ ou $x(1+x)=0$ soit $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 0\\ 1+x &=& 0\end{array}\right.$ soit enfin $\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 0\\ x &=& -1\end{array}\right.$
0 et -1 donnent 0 par le programme de calcul.

Exercice 6 **20 points**

1. Armelle peut tirer 2 ou 6 et Basile 1 ou 5 : il ne peut y avoir égalité, donc de match nul.

2. **a.** Basile a $\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ chances de sortir un 5 donc de battre Armelle.

   b. Dans tous les cas Armelle tire un 2 un 6 et tous les deux sont supérieurs à 1 : sa probabilité de battre Basile est donc égale à 1.

3. **a.** Il y a $\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ de chances que le nombre tiré soit inférieur à 5 donc que FaceA prenne la valeur 2.

   b. Si FaceB < FaceA alors

   c. C'est le même sous-programme que Lancer le dé A en remplaçant Lancer le dé A par Lancer le dé B, 5 par 4 (troisième ligne), 2 par 1 (quatrième ligne) et 6 par 5 (cinquième ligne).

4. **a.** La fréquence de victoires de A est égale à $\frac{39\,901}{39\,901+20\,099}=\frac{39\,901}{60\,000}\approx 0,665$, soit 67 % à 1 près.

   b. La probabilité que A gagne contre B est d'environ 66,666 % soit 2 chances sur 3.