∽ Corrigé du brevet Centres étrangers 10 juin 2024 ∾

Exercice 1 **20 points**

1. **Bonne réponse :** $1,93\times10^{-101}$

   On a : $0,193\times10^{-100} = 1,93\times10^{-1}\times10^{-100} = 1,93\times10^{-101}$.

   L'écriture scientifique de $0,193\times10^{-100}$ est : $1,93\times10^{-101}$.

2. **Bonne réponse :** 84,2 km/h.

   5 h 42 min correspondent à $5+\dfrac{42}{60} = 5+\dfrac{6\times7}{6\times10} = 5+\dfrac{7}{10} = 5,7$ h.

   La vitesse moyenne de Lili, en km/h est donc : $\dfrac{480}{5,7} = \dfrac{1600}{19} \approx 84,21$

   Sa vitesse moyenne en km/h, arrondie au dixième est donc de 84,2 km/h.

3. **Bonne réponse :** Oui, en écrivant le nombre 2

   En effet, puisqu'on suppose que chaque secteur a autant de chance d'être désigné, avec 15 secteurs, la probabilité de désigner un secteur est de $\dfrac{1}{15}$.

   Comme 8 des secteurs portent le numéro 2, en inscrivant 2 dans le secteur où le nombre a été effacé, on aura 9 secteurs favorables à l'évènement sur 15, donc une probabilité de $\dfrac{9}{15}$, soit, en simplifiant par 3 : $\dfrac{3}{5}$.

4. **Bonne réponse :** rien de particulier.

   Si on range les nombres dans l'ordre croissant : $1\ ;\ 3\ ;\ 5\ ;\ 10\ ;\ 10\ ;\ 11\ ;\ 17$.

   Pour cette série, l'étendue est de : $17-1 = 16 \neq 5$.

   Il y a 7 valeurs, et 7 est un nombre impair, donc la médiane est la $\dfrac{7+1}{2} = 4^{\text{e}}$ valeur de la série, c'est-à-dire $10 \neq 5$.

   La moyenne de la série est : $\dfrac{1+3+5+10+10+11+17}{7} = \dfrac{57}{7} \approx 8,1 \neq 5$

   Aucun des éléments évoqués n'est égal à 5.

5. **Bonne réponse :** $\dfrac{4}{15}$

   Puisque Léa paye $\dfrac{1}{5}$ du prix au moment de la commande, il lui reste $1-\dfrac{1}{5} = \dfrac{4}{5}$ du prix à payer.

   Si ce qu'il lui reste à payer est réparti équitablement en trois paiements, alors chaque paiement représente : $\dfrac{1}{3}\times\dfrac{4}{5} = \dfrac{4}{15}$ du prix total du vélo.

Exercice 2 **20 points**

1. Le circuit 1, c'est quand on enchaîne cinq fois de suite 40 secondes d'exercice et 16 secondes de repos, soit 5 fois $40+16=56$ secondes.

   On a donc bien besoin de : $5\times 56=280$ secondes pour effectuer le circuit 1.

   Pour le circuit 2 : même principe, on enchaîne dix fois 30 secondes d'exercice et 5 secondes de repos :

   $10\times(30+5)=10\times 35=350$

   Il faut bien 350 secondes pour effectuer le circuit 2.

2. Donnons la décomposition en produit de facteurs premiers de 280 et de 350.

   $$\begin{aligned} 280 &= 4\times 7\times 10 \\ &= 2\times 2\times 7\times 2\times 5 \\ &= 2^3\times 5\times 7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} 350 &= 5\times 7\times 10 \\ &= 5\times 7\times 2\times 5 \\ &= 2\times 5^2\times 7 \end{aligned}$$

   La décomposition de 280 en produit de facteurs premiers est : $280=2^3\times 5\times 7$.

   Celle de 350 est : $350=2\times 5^2\times 7$

3. **a.** Lorsque 2 800 secondes se sont écoulées à partir du coup de sifflet, Camille se trouve de nouveau au départ du circuit 1 car $2\,800=10\times 280$, donc comme 10 est un nombre entier, cela signifie que Camille a effectué 10 fois le circuit 1 complètement, et n'a pas encore commencé la 11ᵉ répétition : Camille est donc à nouveau au départ du circuit 1.

   On a : $\dfrac{2\,800}{350}=8$.

   Rem. Ou encore $2\,800=7\times 4\times 100=7\times 4\times 10\times 10=7\times 2^2\times 2^2\times 5^2=2^4\times 5^2\times 7=2^3\times(2\times 5^2\times 7)=8\times 350$.

   Au bout de ces 2 800, Dominique a donc parcouru exactement 8 parcours 2 : elle est donc au départ.

   b. Après le coup de sifflet, la première fois où Camille et Dominique se retrouvent en même temps au départ de leur circuit est pour un nombre de secondes qui est le multiple commun à 280 et à 350 le plus petit possible.

   Les facteurs premiers de 280 et de 350 sont les mêmes : 2, 5 et 7.

   Pour qu'un nombre soit divisible par 280, il faut au moins trois facteurs 2, au moins un facteur 5 et au moins une fois le facteur 7 au moins une fois.

   Pour qu'un nombre soit divisible par 350, il faut au moins un facteur 2, au moins deux facteurs 5 et au moins une fois le facteur 7.

   En réunissant ces critères, il faut donc $2^3\times 5^2\times 7=1\,400$ secondes pour que Camille et Dominique se retrouvent pour la première en même temps au départ de leur circuit.

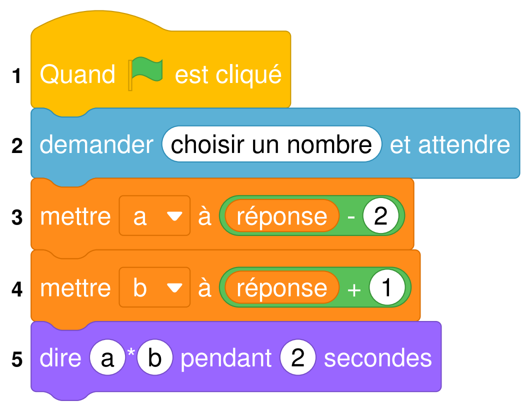
   Comme $1\,400=1\,200+200=20\times 60+180=20\times 60+3\times 60+20=23\times,60+20$, on a $1\,400(\text{s})=23\ (\text{min } 20\ (\text{s})$.

   (C'est logique : après 2 800 s les deux avaient fait un nombre pair de tours complets, donc en divisant le temps par 2, ils ont encore fait un nombre entier de tours complets chacun, et donc se retrouvent au début du circuit).

Exercice 3 **20 points**

Partie A

1. En choisissant 5 comme nombre de départ, les deux résultats intermédiaires sont : $5-2=3$ (à gauche) et $5+1=6$ (à droite).
   Le résultat final est donc le produit de ces deux résultats intermédiaires : $3\times 6=18$.
   On a bien 18 comme résultat final.
2. Si le nombre de départ choisi est $-\dfrac{3}{2}$, alors les deux résultats intermédiaires sont : $-\dfrac{3}{2}-2=-\dfrac{7}{2}$ (à gauche) et $-\dfrac{3}{2}+1=-\dfrac{1}{2}$ (à droite).
   Le résultat final est alors : $-\dfrac{7}{2}\times\dfrac{-1}{2}=\dfrac{7}{4}$
3. Le script complété est :



Partie B

1. Développons : $(x-2)(x+1)=x\times x+x\times 1-2\times x-2\times 1.$

$$\begin{aligned}&=x^2+x-2x-2\\&=x^2-x-2\end{aligned}$$

2. **a.** Résolvons l'équation :
   $(x-2)(x+1)=0$
   $(x-2)=0$ ou $(x+1)=0$ d'après la règle du produit nul
   $x=2$ ou $x=-1$
   L'équation a deux solutions : 2 et -1.

   b. Chercher les antécédents de 0 par la fonction g, c'est trouver les valeurs x telles que $g(x)=0$, c'est-à-dire résoudre l'équation de la question précédente.
   0 admet donc deux antécédents par g : 2 et -1.
3. Parmi les trois graphiques ci-dessous, c'est le graphique 3 qui est la représentation graphique de la fonction g.
   En effet, sur le graphique 1, on voit que l'image de -1 n'est pas 0, et sur les graphique 2, c'est l'image de 2 qui n'est pas 0.
   Il n'y a que le graphique 3 qui pour lequel les deux nombres 2 et -1 ont pour image 0.

Une autre façon de voir les choses, c'est de remarquer que la fonction g n'est pas une fonction affine, alors que manifestement, les graphiques 1 et 2 sont des droites, représentant des fonctions affines.

4. Comme le programme de calcul prend un nombre x, le transforme de deux façons : en $(x-2)$, quand on soustrait 2 et en $(x+1)$ quand on ajoute 1, puis fait le produit de ces deux résultats, on en déduit que le résultat final obtenu est $(x-2)(x+1)$, or, d'après la question **1.** de la partie B, ce produit est égal à x^2-x-2, c'est-à-dire à $g(x)$.

On en déduit que pour obtenir 0 comme résultat final, il faut choisir au début un nombre qui est un antécédent de 0 par g, donc ici, soit 2, soit -1.

Exercice 4 **16 points**

1. Dans le triangle ABE, le côté le plus long est [AB].

On a, d'une part : $\text{AB}^2 = 5,5^2 = 30,25$.

D'autre part : $\text{AE}^2+\text{EB}^2 = 4,4^2+3,3^2 = 19,36+10,89 = 30,25$.

On constate que : $\text{AB}^2 = \text{AE}^2+\text{EB}^2$.

D'après la réciproque du théorème de Pythagore, on en déduit que le triangle AEB est rectangle en E, [AB] étant l'hypoténuse.

2. Dans le triangle AEB, rectangle en E, on a : $\cos\left(\widehat{\text{ABE}}\right) = \dfrac{\text{EB}}{\text{AB}} = \dfrac{3,3}{5,5} = \dfrac{33}{55} = \dfrac{11\times 3}{11\times 5} = \dfrac{3}{5} = \dfrac{6}{10} = 0,6$.

On en déduit : $\widehat{\text{ABE}} \approx 53,1°$ (obtenu à la calculatrice).

La mesure de l'angle $\widehat{\text{ABE}}$, arrondie au degré est donc de 53 °.

3. Puisque les points E, A et F sont alignés, dans cet ordre, que les points E, B et D sont alignés dans le même ordre et que les droites (AB) et (FD) sont parallèles, d'après le théorème de Thalès, on sait que : $\dfrac{\text{EB}}{\text{ED}} = \dfrac{\text{EA}}{\text{EF}} = \dfrac{\text{AB}}{\text{FD}}$.

En particulier : $\dfrac{\text{EB}}{\text{ED}} = \dfrac{\text{AB}}{\text{FD}}$.

En remplaçant les longueurs connues : $\dfrac{3,3}{3,3+6,6} = \dfrac{5,5}{\text{FD}}$

Avec un produit en croix : $\text{FD} = \dfrac{5,5\times(3,3+6,6)}{3,3} = \dfrac{5,5\times 9,9}{3,3} = 5,5\times 3 = 16,5$.

La longueur FD est donc de 16,5 cm.

4. Une homothétie de centre E transformant le triangle EAB en le triangle EFD transforme notamment le segment [EB] en [ED], comme les points B et D sont sur la même demi-droite d'extrémité E, le rapport de l'homothétie est positif, et il vaut : $\dfrac{\text{ED}}{\text{EB}} = \dfrac{9,9}{3,3} = 3$.

Le rapport de cette homothétie est donc 3.

Exercice 5 **24 points**

Partie A

1. Le triangle SOM est un triangle rectangle en O, et donc, d'après le théorème de Pythagore, on a :
   $SM^2 = SO^2 + OM^2 = 30^2 + 9^2 = 900 + 81 = 981$.
   Comme la longueur MS est positive, on en déduit : $SM = \sqrt{981} \approx 31,32$.
   En arrondissant au dixième de centimètre, on a bien MS = 31,3 cm.
2. La base du cône est un cercle de rayon 9 cm, donc de circonférence :
   $\mathscr{C} = 2 \times \pi \times 9 = 18\pi \approx 56,55$ cm.
   Puisque son tour de tête mesure 56 cm, les dimensions choisies sont adaptées : la circonférence du cône est à peine plus grande que le tour de tête de Léo, donc le chapeau sera assez grand, mais pas trop grand.
3. **a.** Puisque le cercle de rayon SM a un rayon de 31, 3, sa circonférence est de :
   $2\pi \times 31,3 \approx 196,66$.
   En arrondissant au dixième de centimètre, la longueur du cercle de centre S et de rayon SM, est bien égale à 196,7 cm.

   b. Voici le tableau donné en ANNEXE complété :

Mesure de l'angle $\widehat{M'SM}$ (en degré)	360	103
Longueur de l'arc $\overparen{M'M}$ (en centimètre) (Valeur arrondie au dixième de centimètre)	196,7	56,5

   c. Calculons la mesure de l'angle, en utilisant le tableau de proportionnalité et un produit en croix :
   $\widehat{M'SM} = \dfrac{360 \times 56,5}{196,7} = \dfrac{20340}{196,7} \approx 103,4\,^\circ$.
   Au degré près, l'angle correspondant à une longueur d'arc de 56,5 cm permettant à Léo de tracer le patron de son chapeau est de 103 °.

Partie B

1. Le volume total du chapeau est donné par : $V_{\text{chapeau}} = \dfrac{1}{3} \times \pi \times 9^2 \times 30 = 810\pi \approx 2\,544,7$.
   En arrondissant au cm^3, on a donc bien un volume total d'environ 2 545 cm^3.
2. Si les bonbons atteignent le milieu de la hauteur de son chapeau, cela signifie que la partie remplie de bonbons (celle qui est grisée sur la figure) est l'image du chapeau complet par une homothétie de rapport $\dfrac{1}{2}$, et de centre S, le sommet du chapeau.
   Une homothétie de rapport $\dfrac{1}{2}$ multiplie toutes les longueurs par $\dfrac{1}{2}$ et les volumes par $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3 = \dfrac{1}{2^3} = \dfrac{1}{8} = 0,125$.

Si le volume de bonbons est obtenu en multipliant le volume du chapeau par $0{,}125$; cela signifie que le volume de bonbons est de 12,5 % du volume total de chapeau.

Or $12{,}5\,\% < 15\,\%$.

Il a donc raison dans son estimation : si la hauteur de bonbons n'atteint que la moitié de la hauteur du chapeau, alors le volume de bonbons est inférieur à 15 % du volume total de son chapeau.